

ÉTUDE THÉORIQUE
DES
OSCILLATIONS LIBRES (SEICHES)
DU LAC TANGANIKA

PAR

FRANÇOIS SERVAIS (Anvers)

AVANT - PROPOS

Le problème de la détermination théorique des oscillations libres (« seiches ») d'une masse d'eau remonte au moins au début du siècle dernier, et à ces premiers essais de théorie s'attachent les noms de J. J. LAGRANGE, R. MERIAN et G. B. AIRY. Il faudra cependant attendre jusque vers 1900 pour voir apparaître des travaux systématiques de mathématiciens, où sont envisagés des lacs de formes variées, de largeur et de profondeur variables. Malheureusement, les solutions des équations auxquelles les auteurs sont conduits sont en général beaucoup trop compliquées pour se prêter commodément à des applications numériques. Aussi, lorsque la connaissance expérimentale des lacs eut fait quelques progrès, lorsque les observations se généralisèrent et qu'on voulut appliquer les résultats accumulés par les théoriciens à la recherche des périodes et des types d'oscillations libres des masses d'eau naturelles, telles que les lacs, les golfes et les mers, fut-on forcé de mettre au point des méthodes approchées de solution, adaptables à des masses d'eau de forme pratiquement quelconque; ce fut l'œuvre de quelques auteurs du début de ce siècle, encore que les dernières en date remontent aux années 1940-1950 seulement.

Toutes ces méthodes seront décrites et étudiées en détail dans ce travail.

Chose assez surprenante, alors que les théoriciens avaient bien envisagé (assez timidement il est vrai) l'étude du mouvement d'oscillation à deux dimensions horizontales, et seulement dans des cas très simples, nous n'avons trouvé nulle part trace de méthodes numériques permettant d'attaquer ce problème pour des masses d'eau naturelles ni même d'essai de théorie : autrement dit, si le problème des seiches « longitudinales » a fait l'objet de nombreux travaux mathématiques, celui des seiches « transversales » semble ignoré des théoriciens. Le phénomène n'est cependant pas inconnu : dès la fin du siècle dernier, F. A. FOREL avait repéré l'existence de seiches transversales dans le lac de Genève et déterminé leurs périodes d'oscillation.

Vers la même époque, d'autres auteurs en avaient observé dans le lac de Constance et quelques autres lacs alpins.

Dans le présent travail, nous présentons une théorie assez détaillée du phénomène, ainsi que deux méthodes numériques permettant l'étude des lacs de forme quelconque. On reviendra plus loin sur ces points.

Etant donné ainsi le caractère « double » du problème des seiches, les deux types d'oscillations, longitudinales et transversales, étant irréductibles l'un à l'autre, le plan du travail se trouve tout naturellement tracé.

La première partie est consacrée à l'étude des seiches longitudinales.

Après avoir passé en revue, dans l'introduction, un certain nombre de questions préliminaires (théories anciennes, causes, méthodes d'observation), nous passons, au premier chapitre, à l'exposé de la théorie générale, suivi de la discussion de l'équation différentielle de G. CHRYSTAL, qui est capitale pour l'étude des seiches longitudinales. On s'est notamment efforcé de compléter quelques points de théorie relatifs à cette équation, et de faire un relevé complet de tous les cas où elle admet des solutions exactes, avec les discussions et les mises au point de détail qui s'imposaient.

Le deuxième chapitre est consacré à l'examen des méthodes de solution approchée de l'équation de G. CHRYSTAL. Parmi celles-ci, il faut surtout retenir la méthode variationnelle de W. RITZ, encore qu'elle soit laborieuse et fournisse des résultats médiocres dès qu'on s'intéresse aux modes d'oscillation supérieurs; la méthode d'existence de A. DEFANT, qui est le procédé de solution par excellence, relativement rapide et très précis; la méthode d'impédance de G. NEUMANN, de conception très moderne, qui introduit en hydrodynamique la notion d'impédance telle qu'elle est utilisée en électricité et en acoustique, permettant ainsi d'étudier l'influence des étranglements sur les seiches longitudinales d'un lac très long (tel que le Tanganika). Les autres méthodes sont de moindre intérêt et d'emploi beaucoup moins commode.

Avant d'appliquer ces divers procédés à l'étude des seiches du Tanganika, objet principal de ce travail, il était indiqué d'en expérimenter la valeur pratique sur un lac dont les seiches sont déjà bien connues par l'observation; le lac de Genève paraissait convenir le mieux à ce rôle de lac-témoin, et ce sont ses seiches longitudinales que nous calculerons donc dans le troisième chapitre. Après avoir dressé des tables de données géographiques et bathymétriques, nous étudions successivement par la méthode de DEFANT et une formule simplifiée les deux premiers modes longitudinaux de ce lac; les résultats présentent un accord entièrement satisfaisant avec les données expérimentales. Signalons également une méthode de vérification des résultats, fondée sur la propriété d'orthogonalité généralisée que possèdent les fonctions propres définies par l'équation de G. CHRYSTAL, que nous avons appliquée ici, et que les auteurs modernes s'occupant de ces questions ignorent régulièrement. Des courbes et graphiques complètent et illustrent ces premiers résultats numériques.

Le chapitre quatrième est consacré aux seiches longitudinales du Tanganika, mais considéré comme oscillant dans son entièreté, comme une seule masse d'eau. Les calculs sont conduits comme pour le lac de Genève, à part que l'on a également utilisé, à titre d'essai, la méthode de W. RITZ, ainsi qu'un procédé fondé sur la transformation de l'équation de CHRYSTAL en une équation intégrale, et que les modes calculés sont au nombre de trois, au lieu de deux.

Comme ci-dessus, tous ces résultats sont illustrés par des graphiques.

Les données expérimentales faisant encore complètement défaut pour ce lac, aucune comparaison avec l'observation n'est évidemment possible.

Le chapitre cinquième concerne l'application de la méthode d'impédance de NEUMANN; celle-ci ne pouvait cependant se faire sans les calculs préalables qui constituent le chapitre IV. La conclusion est que l'influence des deux étranglements considérés est très faible et que si des seiches partielles peuvent affecter tel ou tel bassin du Tanganika, il faut en tout cas s'attendre à observer d'importantes seiches globales. C'est dans ce chapitre également que l'on trouvera l'étude des seiches de la baie de Burton (au nord-ouest du lac).

La seconde partie traite du problème des seiches transversales (parfois appelées dans ce travail, mais improprement, « latérales »). Ainsi qu'il a été dit plus haut, aucune théorie de la question n'avait été faite jusqu'à présent.

Dans le premier chapitre, nous présentons une théorie générale du phénomène. Des seiches transversales ne peuvent apparaître que dans les parties « renflées » des lacs, et leur amplitude décroît exponentiellement à mesure que l'on s'éloigne de ces renflements; c'est ce qui résulte de la discussion de l'équation différentielle du type de STURM-LIOUVILLE que l'on est conduit à écrire. Nous avons pu repérer plusieurs cas où cette équation admet des solutions exactes (des exemples numériques sont traités) et nous proposons plusieurs méthodes approchées pour d'autres cas. Parmi celles-ci, relevons plus particulièrement deux méthodes numériques, illustrées par divers exemples. La première consiste à résoudre par points, à l'aide de formules de différences finies, l'équation de STURM-LIOUVILLE. La seconde est de caractère plus empirique; elle se fonde sur l'extension à deux dimensions de l'équation de CHRYSAL et sur le passage, dans l'équation ainsi généralisée, à des systèmes de coordonnées curvilignes, tracées au juger.

Malgré son aspect un peu rudimentaire, cette méthode est d'une stabilité remarquable, comme l'illustre son application (délibérément peu précise) à des cas dont la solution exacte est connue par ailleurs. Elle complète la première méthode et la présuppose, le repérage des zones où les seiches transversales seront observables n'étant possible que par celle-ci. Tout comme dans la première partie de ce travail, le lac de Genève sera utilisé ici comme moyen de vérification de la valeur pratique des méthodes proposées.

Le deuxième chapitre contient l'ensemble des calculs relatifs aux seiches transversales de ce lac : recherche des zones où elles peuvent apparaître, tables de données numériques, calculs proprement dits, limités aux régions de Rollet-Thonon et Morges-Evian, par les deux méthodes numériques décrites. Celle des coordonnées curvilignes s'avère supérieure à la première, à en juger par la comparaison des résultats théoriques avec les données de l'observation.

Les mêmes méthodes sont ensuite appliquées au lac Tanganika, pour lequel, ainsi qu'il a été dit, on ne dispose encore d'aucune donnée expérimentale. La

théorie prévoit l'apparition de seiches transversales en quatre régions principales : Nyanza, Albertville, Moba et Kala. L'accord entre les résultats obtenus par les deux procédés est en général très bon. Ce chapitre troisième, comme du reste le précédent, est abondamment illustré de cartes et de courbes.

Dans le dernier chapitre enfin se trouvent rassemblées diverses questions spéciales de seiches transversales : seiches balayant latéralement un rivage en pente douce, « seiches » sur les hauts-fonds en pleine mer, seiches dans les détroits. Certaines de ces questions avaient déjà été traitées par différents auteurs; on s'est efforcé ici de compléter ces théories et l'on a traité quelques nouveaux cas (notamment la seiche balayant un rivage plan incliné et la « seiche » sur un haut-fond parabolique). On a pu appliquer certains résultats théoriques au lac Tanganika et calculer ainsi quelques périodes d'oscillation transversale pour l'extrémité nord du lac; l'application de ce procédé s'est malheureusement avérée impossible pour le lac de Genève.

Une bibliographie, probablement complète jusqu'à l'année 1954, termine le travail.

Nous adressons nos plus sincères remerciements à M. C. MANNEBACK, professeur à l'Université catholique de Louvain, qui nous a proposé ce sujet de thèse original et n'a cessé durant deux ans de nous guider de ses précieux conseils sur les ouvrages à consulter, les idées à développer et les méthodes à utiliser. Nous remercions également M. L. P. BOUCKAERT, professeur à la même université, pour toutes les indications qu'il nous a données, principalement au début de notre travail.

Il nous est agréable d'exprimer la gratitude qui est due à M. V. VAN STRAELEN, président du Comité de coordination des Recherches hydrobiologiques au lac Tanganika et à M. E. LELOUP, directeur a.i. de l'Institut royal des Sciences naturelles de Belgique, chef de la mission qui opéra au cours des années 1946-1947. Ils nous ont encouragé et assuré la publication de notre travail, fondé sur des observations recueillies par cette mission, dans les mémoires consacrés à ses résultats.

Il nous reste enfin à remercier l'Institut pour l'Encouragement de la Recherche scientifique dans l'Industrie et l'Agriculture (I.R.S.I.A.) de nous avoir subsidié pendant deux ans en vue de cette recherche, tout en nous autorisant à employer sa machine à calculer électronique.

ÉTUDE THÉORIQUE
DES
OSCILLATIONS LIBRES (SEICHES)
DU LAC TANGANIKA

INTRODUCTION

Sous l'influence d'actions mécaniques diverses, une masse d'eau peut subir une dénivellation temporaire, rapide, d'impulsion assez prompte pour donner lieu à une série d'oscillations du niveau de l'eau autour de sa position d'équilibre; ces oscillations stationnaires libres, quand elles affectent l'ensemble d'une masse d'eau naturelle, fermée ou non, sont appelées *seiches*.

Les premières observations du phénomène remontent au moins au XVI^e siècle et eurent lieu, semble-t-il, sur les bords du lac de Constance et surtout sur les bords du lac Léman.

En tout cas, dès le XVIII^e siècle (et peut-être avant), les riverains de ce dernier lac, et particulièrement les habitants de Genève, devaient considérer comme un phénomène plus ou moins familier le mouvement alternatif d'élévation et d'abaissement des eaux de leur lac, sorte de marée en miniature à période très rapide (de l'ordre de l'heure ou de la demi-heure), et le désignaient sous le nom de *seiches*.

Le terme est attesté dès le début du XVIII^e siècle, date des premières observations d'allure scientifique que l'on en possède.

On pourra lire certaines de ces anciennes descriptions dans la grande monographie du lac Léman de F. A. FOREL ⁽¹⁾, dont il sera librement fait usage dans cette introduction.

⁽¹⁾ FOREL, F. A., *Le Léman, Monographie limnologique*, 2 vol., Lausanne, 1895; la VI^e partie, t. II, pp. 1-288, est consacrée presque entièrement aux *seiches*.

Le phénomène, d'abord considéré comme propre au Léman, fut bientôt observé dans de nombreux autres lacs. Naturellement, les interprétations fantaisistes ne manquèrent pas (on en trouvera d'assez curieuses citées par F. A. FOREL) ⁽²⁾, mais l'on peut dire que vers 1860, les auteurs sont unanimes à reconnaître dans les seiches des oscillations stationnaires libres affectant l'ensemble de la masse d'eau.

La théorie mathématique de ce genre de phénomènes avait cependant déjà fait l'objet de recherches importantes bien avant cette date. Il faut citer notamment J. J. LAGRANGE (1781), J. R. MERIAN (1828) et G. B. AIRY (1845).

Premières théories. (Aperçu sommaire). — Dans ce qui suit, à moins que le contraire ne soit expressément spécifié, il s'agira exclusivement de masses d'eau fermées, autrement dit, de lacs; les masses d'eau ouvertes (baies, golfes, criques) seront traitées à part.

Dès 1781, J. J. LAGRANGE ⁽³⁾ s'était occupé de la théorie des ondes de « grande longueur » (c.à.d. de longueur telle que la profondeur du bassin est négligeable devant celle-ci) se propageant dans un canal; pour le cas de la profondeur uniforme h_0 , il avait trouvé que leur vitesse de propagation était égale à $\sqrt{gh_0}$.

En 1828, J. R. MERIAN ⁽⁴⁾ reprit le problème des oscillations libres (à une et ensuite à deux dimensions horizontales) dans un bassin rectangulaire de profondeur constante; à l'aide de considérations assez simples, il établit la formule donnant correctement les périodes des seiches à un, deux... k nœuds dans un tel bassin (cf. p. 31).

Plus tard, sa formule fut utilisée comme une approximation commode des périodes des seiches dans des lacs de profondeur variable et de forme quelconque « allongée ». Cette formule sous laquelle nous aurons l'occasion de revenir plus loin, s'écrit

$$T_k = \frac{2l}{k\sqrt{gh_0}},$$

T_k désignant la période de la seiche à k nœuds, l la « longueur » du bassin (c.à.d. la dimension selon laquelle ont lieu les oscillations considérées), h_0 sa profondeur constante et g l'accélération due à la pesanteur. Conformément à l'usage établi, elle sera désignée dans ce travail sous le nom de « formule de MERIAN ».

Si l'on veut en faire usage pour calculer l'ordre de grandeur des périodes d'un lac de profondeur variable et de contour non rectangulaire (ce qui est parfois utile à titre de vérification), on y remplace l par la longueur mesurée le long

⁽²⁾ *Op. cit.*, II, pp. 47 sqq.

⁽³⁾ LAGRANGE, J. J., *Mémoire sur la théorie des fluides*, Nouv. Mém. Acad. Roy. Sc. et Belles-Lettres de Berlin, 1781, pp. 151-198; cf. §§48-49 de ce mémoire (pp. 197-198).

⁽⁴⁾ MERIAN, J. R., *Ueber die Bewegung tropfbarer Flüssigkeiten in Gefässen*, Basel, 1828; reproduit par VONDER MÜHLL, K., *Mathem. Annalen*, 27 (1886), pp. 575-600.

du Talweg (ligne de profondeur maxima dans la direction où se fait le mouvement d'oscillation) et h_0 par la profondeur moyenne. Naturellement, les périodes ainsi obtenues présenteront couramment un écart de 10 ou 20 % avec la période exacte, ce qui n'empêche pas la formule de MERIAN d'être intéressante pour effectuer des vérifications.

Dans son grand ouvrage « Tides and Waves », paru en 1845, G. B. AIRY ⁽⁵⁾ reprit entièrement le problème des ondes liquides dans un canal de profondeur constante (problème à une dimension horizontale) et donne une interprétation physique complète des résultats; ceux-ci sont maintenant classiques, et l'on en trouvera un exposé dans le traité de H. LAMB ⁽⁶⁾; nous y reviendrons du reste plus loin à propos de l'hypothèse du parallélisme des tranches liquides (cf. p. 19), qui est fondamentale dans la théorie des seiches.

Ainsi, au moment même où les physiciens reconnaissent la véritable nature des seiches, la théorie mathématique du phénomène à une dimension horizontale et pour une profondeur constante se trouve prête, et il ne restera plus qu'à l'étendre au cas de la profondeur variable. Ce sera l'œuvre principalement de G. CHRYSTAL ⁽⁷⁾, en attendant que des méthodes plus modernes permettent de résoudre de manière approchée des cas de lacs absolument quelconques. En 1891, peu avant les travaux de G. CHRYSTAL, P. DU BOYS ⁽⁸⁾ proposa sur la base des considérations physiques simples, une formule qui constitue une extension de celle de MERIAN au cas de la profondeur variable, mais n'est valable que pour le mode fondamental; elle s'écrit

$$T_1 = \int_0^l \frac{2dx}{\sqrt{gh(x)}}$$

et sera désignée sous le nom de « formule de DU BOYS ».

Malgré sa simplicité, elle permet de trouver dans la plupart des cas des périodes fort voisines de celles que fournit l'observation; mais dès qu'on cherche à la généraliser en l'écrivant (comme le fit G. CHRYSTAL, cf. p. 27).

$$T_k = \frac{2}{k} \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{gh(x)}}$$

on obtient des résultats beaucoup moins bons. Quant à la signification mathématique de cette formule, elle sera étudiée plus loin (cf. pp. 26-27.) Il est aussi

⁽⁵⁾ AIRY, G. B., *Tides and Waves*, Encyclopaedia Metropolitana, London, 1845, vol. V, pp. 241-396; cf. pp. 293 sqq.

⁽⁶⁾ LAMB, H., *Hydrodynamics*, New-York, 1945-1946, pp. 258 sqq.

⁽⁷⁾ CHRYSTAL, G., *Some Results in the Mathematical Theory of Seiches*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh, 25 (1904), pp. 328 sqq.; Id., *On the Hydrodynamical Theory of Seiches*, Trans. Roy. Soc. Edinburgh, 41 (1905), pp. 599-649; Id., *Some Further Results in the Mathematical Theory of Seiches*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh, 25 (1904), pp. 637-647.

⁽⁸⁾ DU BOYS, P., *Essai théorique sur les Seiches*, Arch. Sc. Phys. et Nat., Genève, 25, 3^e sér., 1891, pp. 628-652.

intéressant de remarquer que la profondeur $h(x)$ est ici la profondeur extrême de la section perpendiculaire au Talweg et non plus sa profondeur moyenne. Tout se passe donc comme si l'onde se propageait d'abord suivant l'axe des grandes profondeurs (Talweg) et s'épanouissait ensuite des deux côtés de celui-ci pour aller se manifester sur les rives.

Si cette hypothèse est exacte, il semble que les seiches devraient donner lieu à des mouvements transversaux qui se surajoutent au mouvement longitudinal; il devrait également y avoir un léger retard de l'onde sur les rives par rapport à celle qui se propage le long du Talweg. Malheureusement, une observation précise du phénomène n'est guère réalisable ailleurs qu'au voisinage des rives (cf. p. 14), de sorte que cette dernière conclusion reste incontrôlable.

Tel était l'état de la question au moment où parurent les grands mémoires de G. CHRYSTAL (1904-1906), dont il sera fait une analyse détaillée au chapitre I de la première partie, en même temps qu'une discussion plus approfondie des théories « anciennes » évoquées ici.

Causes des seiches. — Des observations répétées (anciennes et récentes) ont montré que des seiches de grande amplitude ont presque toujours lieu par temps orageux; (à titre d'indication, des seiches de quelques décimètres d'amplitude sont considérées comme « grandes » pour le lac de Genève). On a cependant relevé des cas de seiches par vent violent non accompagné d'orage⁽⁹⁾; d'autre part, il peut y avoir orage sans qu'apparaissent des seiches : pour qu'elles se déclanchent, il faut que l'orage frappe sur le lac; s'il frappe à côté, sur la terre ferme, il reste sans effet sur le balancement de l'eau. On peut conclure des faits ainsi résumés qu'une première cause des seiches réside dans les variations brusques de la pression atmosphérique sur une position plus ou moins étendue de la surface du lac.

Dans son intéressant article sur les seiches du Loch Earn, G. CHRYSTAL⁽¹⁰⁾ consacre un paragraphe à l'étude de l'effet des variations de pression atmosphérique sur les seiches d'un lac parabolique; ces méthodes peuvent être étendues à d'autres lacs. Les principales conclusions physiques qui se dégagent de ce travail peuvent se résumer comme suit :

Supposons que la pression atmosphérique à l'une des extrémités du lac (que nous prendrons, pour simplifier, de profondeur et de largeur constantes) augmente brusquement, de cinq millimètres de mercure par exemple, et que cette différence de pression se maintienne pendant un temps suffisamment long pour que la surface du lac puisse prendre la position d'équilibre que lui impose cette perturbation, sa nouvelle configuration présentera une dénivellation de : $5 \text{ mm} \times 13,6 = 68 \text{ mm}$ entre les deux extrémités. Supposons qu'une fois cette

⁽⁹⁾ Cf. FOREL, F. A., *op. cit.*, pp. 168-212.

⁽¹⁰⁾ CHRYSTAL, G., *On the Seiches of Loch Earn*. Part V, Trans. Roy. Soc. Edinburgh, 46 (1907-1908), pp. 499-516.

nouvelle forme prise par la surface libre, la pression s'uniformise à nouveau brusquement sur tout le lac : une série de seiches se trouvera ainsi amorcée; leur amplitude sera de 34 mm, c'est-à-dire que l'écart entre les dénivellations extrêmes sera de $2 \times 34 = 68$ mm. Si, après s'être brusquement annulé à une extrémité du lac, l'excédent de pression de 5 mm de mercure fait place à une dépression de même grandeur à cet endroit, ou, ce qui revient au même, réapparaît à l'autre extrémité du lac, une demi-période plus tard, c'est-à-dire au moment où la surface de l'eau atteint à cet endroit son niveau le plus bas, l'amplitude des seiches déclanchées sera évidemment doublée et atteindra 68 mm. On comprend ainsi comment une distribution convenable de perturbations de la pression atmosphérique peut provoquer des seiches d'amplitude considérable. Mais dans la pratique on restera bien entendu fort loin de ce cas idéal de résonance entre l'onde de pression atmosphérique et l'oscillation libre du lac, où l'on a en outre supposé implicitement que le profil temporaire d'équilibre créé par l'excédent local de pression coupait le niveau moyen (c.à.d. à pression uniforme) à l'endroit précis où se situe le nœud de la seiche uninodale excitée.

Il est clair, par exemple, que l'amplitude de la seiche sera moindre si la période d'oscillation de la perturbation atmosphérique diffère de celle de l'eau du lac ou cesse d'être en phase avec elle; notamment, une perturbation instantanée (percussion) ou extrêmement lente ne produira aucun mouvement d'oscillation appréciable de l'eau.

En fait même, de véritables oscillations stationnaires localisées de la pression atmosphérique n'ont guère de chance de se produire; ce qui peut s'observer, c'est une perturbation de la pression atmosphérique se déplaçant le long d'une portion plus ou moins étendue de la surface du lac, avec une vitesse suffisante pour y amorcer des seiches; toutefois, on pourra généralement en décomposer le profil en une superposition de profils plus simples, susceptibles d'amorcer des seiches uninodales, binodales etc., tous types d'oscillations que l'on retrouvera, avec des amplitudes variées, dans l'analyse du mouvement de l'eau.

Ceci aidera à comprendre pourquoi le fondamental ne peut guère apparaître à l'état pur.

Il existe encore d'autres causes de seiches, mais leur action ne sera qu'exceptionnelle. Il est clair, par exemple, qu'une modification brusque et définitive de la forme du bassin, sous l'effet d'un cataclysme quelconque (éboulement d'une montagne, avalanche de neige, etc.), pourra produire une seiche. De même, un tremblement de terre qui ferait subir à une portion importante des parois du bassin un ébranlement lent, s'y traduirait par une seiche.

Au contraire, des secousses sismiques rapides n'auraient aucune chance d'en provoquer, à cause de la trop grande inertie de la masse d'eau.

Types de seiches. — Les considérations élémentaires que l'on vient de lire à propos de l'apparition des seiches sous l'action des variations de pression atmosphérique supposaient implicitement que l'on avait affaire à un phénomène

à une seule dimension horizontale. Dans la réalité, les choses peuvent être beaucoup moins simples. Aussi convient-il d'introduire ici la distinction entre seiches « longitudinales » et seiches « transversales ».

Par seiches longitudinales, on désignera dans ce travail les oscillations stationnaires libres qui ont lieu dans le sens de la plus grande dimension horizontale du bassin (sa « longueur »); nous verrons qu'elles peuvent être traitées pratiquement comme un problème à une seule dimension; elles ont fait de nombreuses recherches (voir la bibliographie à la fin du volume) et seront traitées en détail dans la première partie de ce travail.

Les seiches transversales, qui ont lieu dans le sens de la largeur (direction orthogonale au Talweg longitudinal), posent un problème plus compliqué, qui, à notre connaissance, n'a encore fait l'objet d'aucun travail théorique. On établira dans la seconde partie de cette thèse que leur apparition dépend des variations de largeur et de profondeur du lac, et que les équations différentielles auxquelles on est conduit contiennent deux variables spatiales. Divers artifices permettent cependant de simplifier ces équations.

Revenons-en maintenant aux seiches longitudinales.

Les remarques qui suivent s'appliquent principalement à ce premier type, mais s'étendent sans difficulté au cas des seiches transversales.

On vient de voir dans quelles conditions une seiche uninodale peut apparaître, dans un bassin fermé, sous l'action d'une variation de pression atmosphérique (puisque c'est là la cause principale des seiches). Ces conditions ne seront évidemment réalisées que dans des cas d'autant plus rares que le lac est plus étendu.

Dès que l'« onde » de pression atmosphérique présente un profil différent de celui nécessaire à l'apparition du fondamental à l'état pur, la surface du lac adoptera une forme que l'on pourra considérer comme résultant de la superposition de plusieurs profils de modes normaux, d'amplitudes diverses.

F. A. FOREL analyse le cas particulier où l'oscillation résultante ne se compose que du fondamental et de la binodale ⁽¹¹⁾, et où les périodes respectives de ces deux modes sont dans un rapport voisin de 2. Comme la binodale (plus sensible à l'amortissement) présente en général une amplitude bien moindre que le fondamental, le « limnogramme » (c'est-à-dire le diagramme du niveau de l'eau, en fonction du temps), relevé en un point quelconque (non nodal!) de la rive du lac, se rapprochera d'une sinusoïde, et cela d'autant plus que l'amplitude de la binodale sera plus faible; la période T_1 étant voisine de $2 T_2$, il n'y aura qu'une seule déformation par période dans la courbe résultante.

Cette déformation est désignée sous le nom de « dent de Forel ». Si $T_1 = 2 T_2$, la dent est fixe sur la courbe résultante. Si $T_1 > 2 T_2$, elle « avance », c'est-à-dire se déplace vers les temps décroissants; si $T_1 < 2 T_2$, elle « recule », c'est-à-dire

⁽¹¹⁾ Cf. FOREL, F. A., *op. cit.*, II, pp. 113 sqq.; voir aussi BOUASSE, H., *Houle, Rides, Seiches et Marées*, pp. 165 sqq.

se déplace vers les temps croissants. Le rapport T_1/T_2 se détermine aisément en comptant après combien de périodes T_1 , la dent se replace dans la même région du limnogramme. Par exemple, si la dent en recul reprend sa position initiale après k périodes T_1 , on aura $(2k - 1) T_2 = k T_1$, d'où $T_1/T_2 = 2 - 1/k$; si elle est en avance, on aura de même $(2k + 1) T_2 = k T_1$, c'est-à-dire $T_1/T_2 = 2 + 1/k$.

Ce type de seiches, résultant de la superposition d'une binodale de faible amplitude à une uninodale d'amplitude notablement plus forte, est désigné par FOREL sous le nom de « seiches dicrites » (c'est-à-dire à double « battement » i.e. « période », δίς, κρότος).

L'importance pratique de ce type de seiches peut être considérable. En effet, quand un système de seiches s'établit (et nous venons de voir que le fondamental ne peut guère apparaître à l'état pur), les modes supérieurs disparaissent pratiquement en l'espace de quelques périodes du fondamental, leur décrement logarithmique étant beaucoup plus petit que celui de ce dernier, de sorte que les seules composantes de quelque importance de l'oscillation seront le fondamental et ses harmoniques inférieurs, puis, bientôt, le fondamental et le premier harmonique (c'est-à-dire l'uninodal et le binodal) seulement. Ceci résulte de considérations élémentaires de mécanique.

Signalons également l'existence de seiches dans les bassins ouverts.

L'observation montre que toute masse d'eau, quelque compliquée que soit sa forme, possède au moins un mode d'oscillation stationnaire libre. Il n'est même pas nécessaire que sa surface libre soit limitée de toutes parts par des parois ou des côtes; on observera donc, suivant les cas, des seiches entre les côtes opposées d'un isthme ou d'un détroit, à l'intérieur d'un golfe ou d'une baie, et même dans des fosses marines limitées d'un côté par des hauts-fonds et de l'autre par des côtes terrestres (cas des « marées » de Malte, oscillations libres d'une période de 20 minutes environ, se produisant dans la fosse de Malte, où les marées luni-solaires sont pratiquement imperceptibles). Mathématiquement, le problème ne diffère de celui des seiches des masses d'eau fermées que par ses conditions-frontière. Nous aurons l'occasion au chapitre I de la première partie de revenir sur la question et de décrire une méthode de calcul applicable aux golfes.

Méthodes d'observation des seiches. — Il existe une grande variété d'appareils pour l'étude expérimentale du phénomène naturel. En voici un classement sommaire ⁽¹²⁾.

Une première catégorie d'instruments (citée seulement pour mémoire) cherche à mettre en évidence le renversement du courant d'eau, dû à la seiche.

F. A. FOREL ⁽¹³⁾ préconise un appareil qu'il appelle plemyamètre (πλημύρα = marée), et qui consiste essentiellement en un baquet rempli d'eau, en com-

⁽¹²⁾ Cf. BOUSSE, H., *op. cit.*, pp. 159 sqq.

⁽¹³⁾ FOREL, F. A., *op. cit.*, II, p. 88.

munication avec celle du lac par un tube formant siphon. Le frottement de l'eau dans le tube élimine les variations du niveau de très courte période (petites vagues, vibrations, etc.), ce qui permet de prendre le niveau lentement variable dans le baquet pour le niveau moyen du lac à l'endroit où l'appareil est installé. La partie horizontale du tube-siphon est en verre et contient une bille de même densité que l'eau, que deux ressorts empêchent de quitter le tube. Quand le niveau du lac baisse, la bille vient buter contre l'un des ressorts; quand il monte, elle bute contre l'autre ressort. On peut ainsi déterminer les laps de temps qui s'écoulent entre deux instants de renversement du courant d'eau et, par suite, la période de l'oscillation. Les observations seront naturellement gênées par les légères fluctuations de niveau dues à des causes fortuites (coups de vent, sillages de bateaux passant au large, etc.), car l'appareil, au dire de FOREL lui-même, est d'une sensibilité extrême : une dénivellation de quelques dixièmes de millimètre (sic !) serait décelable. De plus, comme l'appareil ne nous apprend rien de ce qui se passe entre les instants où le courant d'eau se renverse ni même sur l'amplitude des dénivellations à étudier, on ne voit guère comment il permettrait de débrouiller un phénomène complexe, résultant de la superposition de plusieurs types d'oscillation. Néanmoins, il semble que FOREL a su en tirer parti, puisqu'il en recommande vivement l'emploi.

Une seconde catégorie d'appareils cherche à déterminer le niveau de l'eau à chaque instant, par lecture directe. Ils consistent en des dispositifs plus ou moins ingénieux, où un flotteur, équilibré par un contrepoids à l'aide de fils passant sur un jeu de poulies, entraîne un stylet traçant sur une bande de papier, qui se déroule avec une vitesse constante appropriée, le graphique des variations, à échelle convenable; ce graphique est le limnogramme du lac étudié.

FOREL ⁽¹⁴⁾ en décrit un type particulièrement simple, avec lequel il réussit à débrouiller les seiches du Léman.

On peut ainsi déterminer le niveau de l'eau en enregistrant les variations de pression sur le fond du lac, à proximité des rives. Le principe de cette troisième catégorie d'instruments est alors le suivant : on mesure à l'aide d'un manomètre (à mercure ou anéroïde) la pression subie par une masse d'air enfermée dans une sorte de petite cloche à plongeur immergée au fond du lac; les variations de niveau se traduisent ainsi en variations de pression, qu'il suffit d'enregistrer sur une bande de papier.

Quel que soit le type d'appareil employé, les limnogrammes sont généralement de forme compliquée et contiennent, malgré les précautions prises pour les éliminer, un certain nombre de vibrations et d'autres variations de niveau parasites, périodiques ou non, qui rendent le débrouillage des composantes harmoniques plus ou moins malaisé.

Pour que l'interprétation des limnogrammes soit possible, il est indispensable de posséder un grand nombre de courbes relevées en des points variés du

(14) FOREL, F. A., *op. cit.*, II, p. 90.

contour du lac, et synchronisées avec précision. En effet, il ne s'agit pas seulement de connaître les périodes des différents types de seiches, mais également de dresser des cartes de leurs amplitudes relatives et de leurs phases, et de localiser leurs ventres et leurs nœuds.

Comme on n'aura pas à s'occuper dans ce travail de débrouiller des limnogrammes, on n'insistera pas sur les procédés d'analyse harmonique utilisés à cet effet, et dont il existe de nombreux exposés dans des ouvrages traitant spécialement du calcul numérique ⁽¹⁵⁾.

Le travail d'interprétation des limnogrammes sera en général facilité par l'étude préalable des seiches du lac. Celle-ci peut se faire, soit expérimentalement, à l'aide de modèles réduits, soit théoriquement, par le calcul.

Les modèles réduits sont des sortes de maquettes des lacs que l'on veut étudier, dans lesquelles on fait osciller de l'eau. Les oscillations de ce bassin en miniature ⁽¹⁶⁾ sont provoquées par le mouvement de va-et-vient d'une tige verticale fixée à la partie inférieure du modèle et sur laquelle coulisse un poids; on modifie la période d'oscillation de ce balancier jusqu'à obtenir la résonance. L'entretien se fait à l'aide d'un électro-aimant.

Afin de rendre le phénomène plus aisément observable (notamment en vue de le photographier ou de le filmer), on peut encore saupoudrer la surface de l'eau de poussière d'aluminium.

L'emploi des modèles réduits repose sur la loi de similitude suivante : si α est le rapport de similitude des dimensions horizontales de deux bassins et β le rapport de similitude des profondeurs, le rapport des périodes d'oscillation pour des seiches de même type est $\alpha/\sqrt{\beta}$ ⁽¹⁷⁾. Il n'est pas pratique de prendre $\beta = \alpha$, à cause de la très faible profondeur relative des lacs réels : leur profondeur maxima ne représente le plus souvent que quelques millièmes, tout au plus un ou deux centièmes de leur longueur mesurée le long du Talweg; aussi, des modèles réduits qui représenteraient ce rapport seraient-ils pratiquement inutilisables. Grâce aux modèles réduits, on peut reproduire assez commodément tous les types d'oscillation que l'on désire étudier. Il faut cependant remarquer que, si l'on est entièrement libre dans le choix de α , on ne peut disposer de β que pour autant que la profondeur du modèle réduit reste petite devant la longueur de celui-ci (mesurée le long du Talweg) — ou, plus exactement, devant la longueur d'onde des seiches que l'on désire étudier. Si cette dernière condition cessait d'être satisfaite, les oscillations de l'eau du modèle réduit cesseraient de

⁽¹⁵⁾ Cf. par exemple MILNE, W. E., *Numerical Calculus*, Princeton, N.J. 1949, pp. 294-303; WHITTAKER, E. and ROBINSON, G., *Calculus of Observations*, 4th ed., Blackie, London, 1944, pp. 260 sqq., 343 sqq.

⁽¹⁶⁾ Cf. BOUASSE, H., *op. cit.*, pp. 171 sqq.

⁽¹⁷⁾ On trouvera une démonstration de cette loi dans BOUASSE, H., *op. cit.*, pp. 169-171 et dans CALOI, P., *Le Sesse del Lago di Garda* (Parte III), *Annali di Geofisica*, 2 (1949), pp. 19-23.

représenter de véritables seiches pour devenir des « ondes de surface » (cf. chapitre I, pp. 17-18) et, par suite, les expériences effectuées avec le modèle réduit pourraient conduire à des conclusions non valables pour le lac réel. On peut également faciliter l'interprétation des limnogrammes en calculant, à l'aide des différentes méthodes qui seront exposées dans les pages qui suivent, les principaux modes d'oscillation du lac. Ces méthodes ont fait dûment leurs preuves; elles se recourent les unes les autres et sont susceptibles d'autres contrôles divers (notamment par la vérification de l'orthogonalité des fonctions propres obtenues). Aussi leur application est-elle en fin de compte plus rapide et beaucoup moins coûteuse que les essais à l'aide de modèles réduits; en revanche, leurs résultats, même mis sous forme de courbes et de graphiques, seront toujours moins suggestifs et moins complets que ceux que fournit une observation du phénomène « in vivo », que l'on peut encore photographier et filmer à loisir.

Le lecteur trouvera à la fin du volume une bibliographie de la question des seiches; la première partie comprend des travaux anciens, cités pour mémoire; la seconde embrasse la période qui va de 1904 à nos jours.
