

modes globaux calculés dans ce chapitre IV. Il faudra toutefois attendre la publication de limnogrammes enregistrés sur tout le pourtour du lac avant de pouvoir conclure à un accord entre la théorie et l'expérience.

CHAPITRE V.

LES SEICHES LONGITUDINALES PARTIELLES DU LAC TANGANIKA.

Outre les seiches longitudinales, il faut s'attendre à ce que le lac Tanganika, à cause de sa longueur et de la disposition même de ses masses d'eau, soit le siège de seiches longitudinales partielles, affectant de manière particulière tel ou tel de ses « bassins ».

L'examen de la courbe normale du lac montre que celui-ci peut être considéré comme composé de deux grands bassins principaux, de superficies sensiblement égales : le bassin nord (15.535 km²) et le bassin sud (16.263 km²), reliés entre eux par l'étranglement de Lubaya-Lubugwe.

Dans le bassin nord, on peut encore distinguer :

le « golfe » d'Uvira-Rumonge, qui constitue l'extrémité nord du lac (au nord de la ligne Rumonge-Cap Banza);

la baie de Burton, qui prolonge vers le sud-ouest le « golfe » précédent;

le reste du bassin nord (depuis Rumonge jusqu'à l'étranglement Lubaya-Lubugwe). Il est vrai que la courbe normale y présente encore un minimum accusé autour de la ligne Kabimba-Karago, mais il paraît difficile d'y voir un véritable étranglement ou même un seuil.

Le bassin sud, au contraire, forme un seul tout, malgré quelques minima peu marqués de la courbe normale, à hauteur de Karema, Utinta et Moliro. Il est intéressant de remarquer que si l'on considère le lac comme une seule masse d'eau (comme on l'a fait au chapitre précédent) oscillant dans son entièreté, le nœud du mode fondamental se trouve précisément au voisinage de l'étranglement Lubaya-Lubugwe.

L'examen de la courbe d'impédance au voisinage des deux principaux étranglements (celui de Rumonge et celui de Lubaya-Lubugwe), pour chacun des trois modes normaux étudiés dans le chapitre précédent, va permettre de décider dans quelle mesure la division en bassins proposée ci-dessus correspond à une réalité physique.

Une fois cette question tranchée, chacun des bassins partiels sera éventuellement étudié séparément, en étant considéré comme ouvert, à une seule ou aux deux extrémités, suivant la place qu'il occupe dans le complexe du Tanganika. La disposition particulière des masses d'eau, toujours très considérables et étalées en longueur, ainsi que l'étroitesse (relative !) des étranglements ou seuils par lesquels les bassins communiquent entre eux, permettra sans doute de traiter ces derniers comme s'ils débouchaient sur des masses d'eau infinies;

ce point de vue paraît d'autant plus acceptable que les seiches sont des oscillations d'amplitude très faible par rapport à la profondeur des masses d'eau qu'elles affectent. L'on est ainsi amené, pour les calculs de seiches longitudinales partielles, à postuler l'existence d'une ligne nodale ($\zeta = 0$) à l'embouchure de chaque bassin (contrairement à ce qui a lieu pour les extrémités fermées, où l'on a un ventre : $\partial\zeta/\partial x = 0$); en effet, les étranglements ne paraissent guère assez marqués pour justifier des « corrections d'embouchure » (du type de celle que Lord RAYLEIGH introduit dans sa théorie du tuyau d'orgue ouvert, et reprise par K. HONDA et ses collaborateurs dans leur méthode, exposée pp. 83 sqq.).

**§ 1. ÉTUDE DES COURBES D'IMPÉDANCE
RELATIVES AUX TROIS PREMIERS MODES LONGITUDINAUX
GLOBAUX DU LAC.**

L'impédance Z étant égale (à un facteur constant près) à ζ/u , on a reproduit, dans les tables ci-dessous, la valeur de ce quotient tirée des résultats obtenus dans chacun des derniers essais effectués par la méthode de DEFANT (cf. pp. 113-122).

1° Autour du premier étranglement (Rumonge-Cap Banza, section 13).

Section n°	v km ²	ζ/u 1 ^{er} mode 10 ⁻¹³ cm ⁻²	ζ/u 2 ^e mode 10 ⁻¹³ cm ⁻²	ζ/u 3 ^e mode 10 ⁻¹³ cm ⁻²
7	805	1,497	1,082	0,9680
8	928	1,0302	0,9087	0,7850
9	1.055	0,8987	0,7710	0,6386
10	1.195	0,7853	0,6496	0,5058
11	1.420	0,6564	0,5269	0,3833
12	1.758	0,5212	0,3872	0,2284
13	1.895	0,4663	0,2955	0,0951
14	2.083	0,4137	0,2245	-0,0067
15	2.331	0,3551	0,1366	-0,1509
16	2.569	0,3117	0,0721	-0,2730
17	2.875	0,2743	0,0296	-0,3836
18	3.325	0,2383	0,0044	-0,5265

2° Autour du second étranglement (Lubaya-Lubugwe, section 47).

Section n°	v km ²	ζ/u 1 ^{er} mode 10 ⁻¹³ cm ⁻²	ζ/u 2 ^e mode 10 ⁻¹³ cm ⁻²	ζ/u 3 ^e mode 10 ⁻¹³ cm ⁻²
41	13.566	0,0244	2,892	-0,0855
42	13.911	0,0218	1,446	-0,1029
43	14.205	0,0179	1,008	-0,1294
44	14.475	0,0140	0,7843	-0,1575
45	14.717	0,0103	0,6501	-0,1870

Section n°	v	ζ/u 1 ^{er} mode	ζ/u 2 ^e mode	ζ/u 3 ^e mode
	km ²	10 ⁻¹³ cm ⁻²	10 ⁻¹³ cm ⁻²	10 ⁻¹³ cm ⁻²
46	14.952	0,0058	0,5524	-0,2237
47	15.163	0,0016	0,4832	-0,2612
48	15.423	-0,0026	0,4179	-0,3082
49	15.736	-0,0083	0,3540	-0,3818
50	16.216	-0,0128	0,2914	-0,5060
51	16.687	-0,0188	0,2406	-0,7231
52	16.956	-0,0242	0,2100	-0,9445

L'examen des figures 22 et 23 ci-après, qui représentent la fonction $\Xi(v) = \zeta/u$ pour chacun des trois modes étudiés et autour des deux étranglements en question, montre clairement :

a) que l'impédance correspondant au mode fondamental ne présente aucune discontinuité, ni au voisinage du premier étranglement (Rumonge), ni à proximité du second (Lubaya-Lubugwe);

b) que l'impédance correspondant au deuxième mode présente une légère discontinuité au premier étranglement (Rumonge) et n'en présente aucune à proximité du second (Lubaya-Lubugwe). Si l'on convient de désigner par Z'_2 et Z''_2 la valeur de cette impédance au nord et au sud respectivement du premier étranglement (cf. fig. 22), on a approximativement $Z''_2 = 0,90 Z'_2$;

c) que l'impédance correspondant au troisième mode se comporte d'une manière entièrement semblable à la précédente; on a de même, en désignant par Z'_3 et Z''_3 ses valeurs respectives au nord et au sud du premier étranglement : $Z''_3 = 0,70 Z'_3$.

Quant à l'écart entre la courbe d'impédance et la courbe des cotg, il reflète simplement l'écart de la fonction propre (courbe d'abscisse v et d'ordonnée u) par rapport à une sinusoïde, ou en d'autres termes, l'écart du lac par rapport à un canal de section rectangulaire uniforme (dont les fonctions propres d'oscillation libre sont précisément des sinusoïdes). Les discontinuités éventuelles révèlent les endroits de variation rapide (à l'échelle de la longueur d'onde du mode correspondant) des paramètres $b(x)$ et $S(x)$ (cf. pp. 26 sqq., méthode de GREEN); en toute rigueur, l'hypothèse du parallélisme des tranches liquides n'est pas applicable à ces portions du lac, mais on a vu, à propos du lac de Genève, que les erreurs qui en résultent dans les résultats sont négligeables (cf. p. 96); elles correspondent en quelque sorte à une « perte de longueur » dans ces portions du lac.

L'absence de discontinuité dans la courbe d'impédance du mode fondamental, au voisinage des deux étranglements, autorise à conclure qu'une onde sinusoïdale progressive de pression, de longueur double de celle du lac et se

propageant avec la même vitesse (lentement variable le long du Talweg) que le mode fondamental calculé au chapitre précédent, ne subit pas de réflexions aux deux étranglements, mais seulement aux extrémités du lac, et donne donc naissance à l'onde stationnaire qui n'est autre que ce même mode fondamental (résultant de la superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchi). Il en résulte que si l'on veut traiter séparément le bassin nord (depuis Uvira-

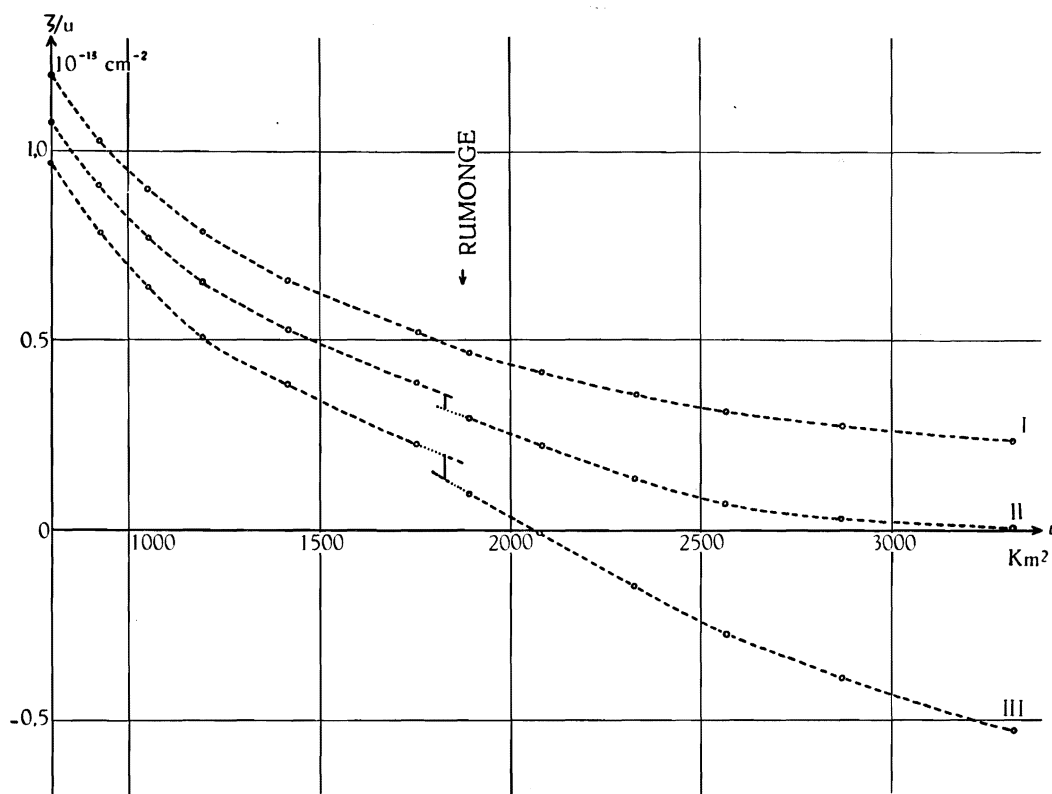


FIG. 22. — Lac Tanganika. Courbes d'impédance des trois premiers modes longitudinaux, dans la région de l'étranglement de Rumonge.

Usumbura jusqu'à l'étranglement Lubaya-Lubugwe, mais non comprise la baie de Burton, située « en dehors » du Talweg), et le bassin sud (c'est-à-dire toute la partie du lac située au sud de ce même étranglement), en les considérant chacun comme ouvert sur une masse d'eau infinie (ainsi qu'il a été expliqué ci-dessus), on devra retrouver pour les deux modes fondamentaux des périodes et des profils pratiquement identiques à ceux du fondamental global, les écarts éventuels étant à attribuer au déplacement, de 2,7 km environ vers le nord, imposé au nœud. Ce calcul de vérification sera effectué plus loin (cf. pp. 161 sqq.).

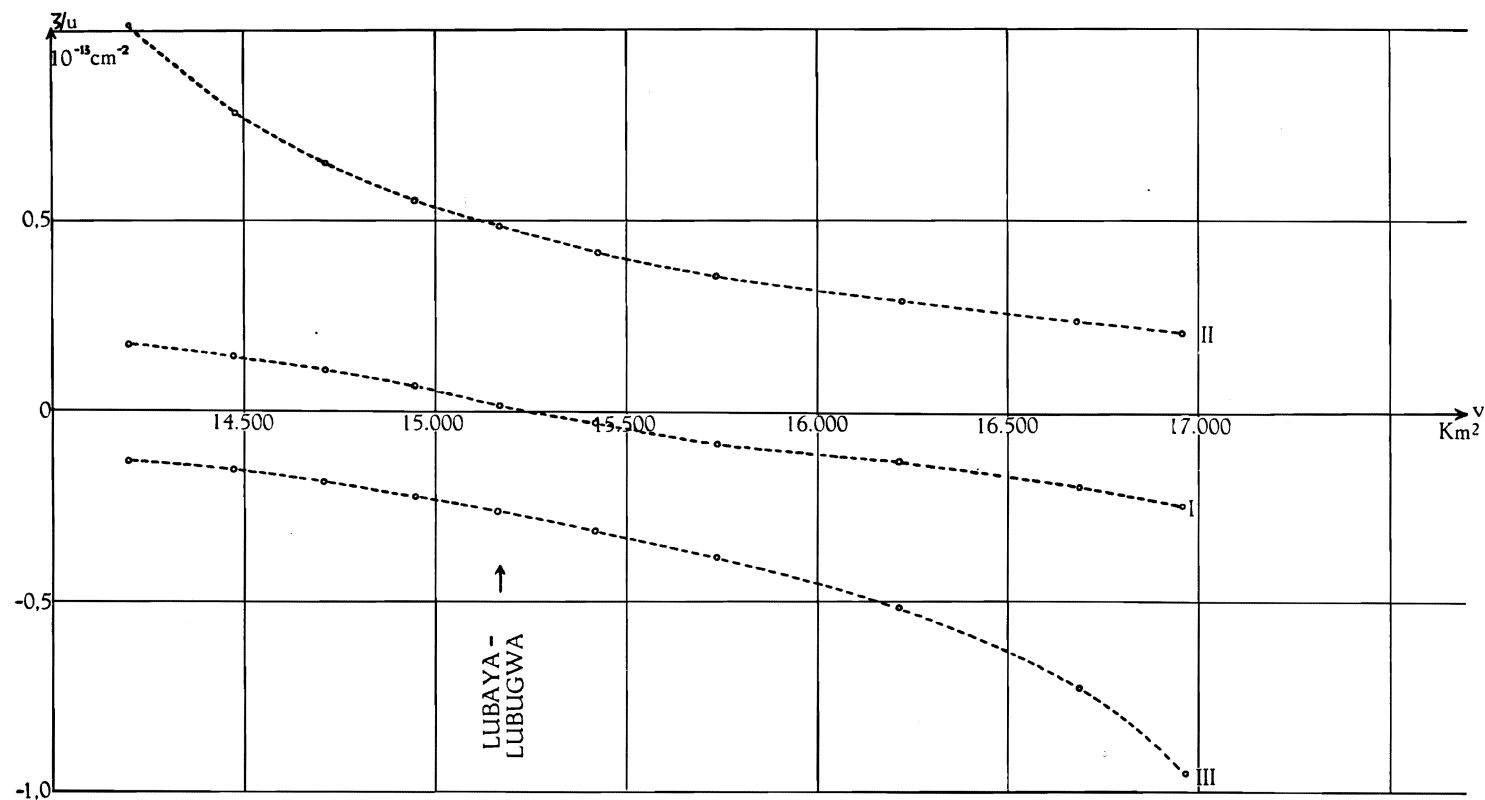


FIG. 23.

Lac Tanganika. Courbes d'impédance des trois premiers modes longitudinaux dans la région de l'étranglement Lubaya-Lubugwa.
 Pour la courbe du mode fondamental, les ordonnées ont été multipliées par dix.

Deuxième mode normal. — Etant donné que le rapport Z'_2/Z''_2 diffère peu de l'unité, il n'y a guère lieu de rechercher les modes normaux d'oscillation du lac amputé de son extrémité nord (« golfe » d'Uvira-Rumonge). En effet, les dénivellations ζ au ventre central et à l'extrémité sud (fermée) du lac n'étant respectivement que les $6/10$ et les $3/4$ environ de celle que l'on observerait au seuil de Rumonge (du moins pour le deuxième mode normal global, cf. fig. 20, p. 133), les seiches partielles du lac amputé de son extrémité nord seraient d'amplitude excessivement faible, et il paraît bien douteux qu'elles puissent être identifiées de manière claire sur un limnogramme.

Reste à considérer le troisième mode normal. — Si, par suite d'une réflexion de la seiche trinodale globale, une seiche trinodale partielle venait à s'établir dans le Tanganika, avec un nœud tout près de Rumonge, sa période et son profil ne différeraient guère de ceux de la trinodale globale qui vient d'être calculée au chapitre précédent.

Cette dernière remarque serait également applicable au mode fondamental (ventre unique à Uvira et Usumbura, nœud unique à Rumonge) du golfe d'Uvira-Rumonge, considéré comme bassin ouvert débouchant sur une masse d'eau infinie. A titre de vérification, ce dernier mode sera calculé dans un prochain paragraphe.

En conclusion, ni l'étranglement de Rumonge, ni celui de Lubaya-Lubugwe ne marque une discontinuité suffisante dans l'impédance des trois premiers modes normaux globaux pour donner lieu à une réelle séparation du Tanganika en deux ou plusieurs bassins quelque peu autonomes.

La question demeure cependant entière de savoir si pour d'éventuels modes supérieurs les trois bassins envisagés ci-dessus (p. 146), outre la baie de Burton, traitée à part en raison de sa situation, ne pourraient pas se comporter comme des masses d'eau autonomes.

Seules des observations effectuées avec précision sur tout le pourtour du lac et échelonnées sur une longue période de temps, pourront fournir la réponse à cette question. L'interprétation des futurs relevés limnographiques sera cependant grandement facilitée si l'on possède au préalable quelques résultats théoriques relatifs aux différents types de seiches qui ont des chances d'être observés; ce sont ces résultats que l'on a rassemblés dans le présent chapitre.

Malgré le peu de signification qu'ils peuvent avoir par eux-mêmes, on a également calculé ici les modes fondamentaux des bassins extrême-nord, nord et sud (tels qu'ils ont été délimités plus haut); l'intérêt de ces calculs est d'abord de permettre une vérification des résultats obtenus précédemment pour les seiches longitudinales globales, et surtout de fournir un moyen de contrôle des résultats qui concernent les modes normaux partiels supérieurs: la vérification de l'orthogonalité des fonctions propres entre elles.

Les calculs numériques sont conduits selon le schéma de la méthode de J. GOLDBERG (cf. pp. 59-60), les intégrations étant faites par trapèzes. On a ainsi, avec les notations habituelles :

$$\xi_v = \frac{u_v}{S_v}; \quad \Delta\zeta_{v+1} = \lambda\xi_v \Delta x_{v+1}; \quad \zeta_{v+1} = \zeta_v + \Delta\zeta_{v+1};$$

$$u_{v+1} = u_v - \frac{\zeta_v + \zeta_{v+1}}{2} \Delta v_{v+1} \equiv u_v + \Delta u_{v+1}.$$

u_0 est choisi arbitrairement; on lui attribue chaque fois une valeur qui fait prendre à ξ_0 la valeur de 100 m.

§ 2. CALCUL DES SEICHES LONGITUDINALES PARTIELLES PAR LA MÉTHODE DE J. GOLDBERG.

A. — « Golfe » d'Uvira-Rumonge (extrémité nord du lac). — Ce bassin, d'une superficie d'environ 1900 km², soit 6 % de la surface totale du Tanganika, et de faible profondeur moyenne (de l'ordre de 200 m) peut être considéré comme une sorte de baie annexe, débouchant à travers l'étranglement de Rumonge, sur une masse d'eau pratiquement infinie. Voici les calculs relatifs aux deux premiers modes. On a conservé les divisions utilisées précédemment (cf. table pp. 110 sqq.).

1. Mode fondamental. Valeur d'essai : $\lambda_1 = 1,023 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$.

Section	u	ξ	$\Delta\zeta$	ζ	$-\Delta u$
n°	10 ⁶ m ³	10 ² cm	cm	cm	10 ⁶ m ³
13	482,0000	100,000	5,1150	5,1150	3,5038
12	478,4962	58,567	6,5905	11,7055	28,4266
11	450,0696	62,250	6,3682	18,0737	33,5015
10	416,5681	73,339	3,7513	21,8250	27,9291
9	388,6390	74,595	3,8155	25,6405	30,1406
8	358,4984	65,780	3,3646	29,0051	33,6070
7	324,8914	65,635	3,3572	32,3623	34,3657
6	290,5257	68,359	3,4966	35,8589	36,1572
5	254,3685	69,122	3,5356	39,3945	40,2606
4	214,1079	62,605	3,2022	42,5967	48,7848
3	165,3231	49,947	2,5548	45,1515	52,2102
2	113,1129	34,911	1,7857	46,9372	58,9368
1	54,1761	23,054	1,2971	48,2343	54,2478
0	-0,0717	—	—	—	—

La valeur de λ_1 essayée est satisfaisante; on en tire : $T_1 = 6.282 \text{ sec.} = 1 \text{ h. } 44 \text{ min. } 42 \text{ sec.}$

2. Second mode. Valeur d'essai : $\lambda_2 = 6,905 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$.

Section n°	u 10^6 m^3	ξ 10^2 cm	$\Delta\zeta$ cm	ζ cm	$-\Delta u$ 10^6 cm^3
13	482,0000	100,000	34,5250	34,5250	23,6496
12	458,3504	56,102	42,6123	77,1373	188,7093
11	269,6411	37,295	25,7522	102,8895	202,5301
10	67,1110	11,815	4,0791	106,9686	146,9007
9	-79,7897	-15,315	-5,2875	101,6811	132,4926
8	-212,2823	-38,951	-13,4478	88,2333	116,7974
7	-329,0797	-66,481	-22,9526	65,2807	85,9678
6	-415,0475	-97,658	-33,7164	31,5643	52,3278
5	-466,3753	-126,732	-43,7542	-12,1899	10,3653
4	-476,7406	-139,398	-48,1272	-60,3171	-43,1417
3	-433,5989	-130,997	-45,2267	-105,5438	-98,6872
2	-334,9117	-103,368	-35,6878	-141,2316	-157,9363
1	-176,9755	-75,309	-28,6005	-169,8321	-117,3063
0	0,3308	—	—	—	—

Un essai précédent, effectué avec $\lambda_2 = 6,90 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$, avait laissé un « résidu » u_0 égal à $-0,5469 \times 10^6 \text{ m}^3$. En interpolant linéairement, on obtient la valeur « améliorée » $\lambda_2 = 6,903 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$, d'où $T_2 = 2.418 \text{ sec.} = 40 \text{ min.} 18 \text{ sec.}$

Comparons la période du fondamental partiel à celle du troisième mode global : $T_1 = 6.282 \text{ sec.} = 1 \text{ h.} 44 \text{ min.} 42 \text{ sec.}$, $T_3 = 6.414 \text{ sec.} = 1 \text{ h.} 46 \text{ min.} 54 \text{ sec.}$, soit un écart de 132 sec. ou 2 % seulement, dû naturellement au déplacement, de 7,5 km environ vers le nord, imposé au nœud. Par ailleurs, le rapport des deux périodes propres du bassin extrême-nord, $T_2/T_1 = 0,385$, montre que ce dernier se comporte plutôt comme un demi-bassin à fond parabolique ($T_2/T_1 = 0,4082$) que comme un demi-bassin à fond plan ($T_2/T_1 = 0,333$); ceci est conforme à ce que l'on pouvait attendre en examinant la courbe normale du lac dans la région en question.

3. Vérifions maintenant l'orthogonalité des fonctions propres $u_1(v)$ et $u_2(v)$.

Pour les huit intervalles égaux ($\Delta x = 5 \text{ km}$) de la 10^e à la 2^e section, on utilisera la règle de SIMPSON pour l'intégration; pour les trois premiers, on se contentera de rectangles, et le dernier sera traité comme un triangle. Il vient ainsi :

$$\int_0^l u_1 \xi_1 dx = 15.875,5394 \times 10^{11} \text{ m}^5;$$

$$\int_0^l u_2 \xi_2 dx = 20.319,8422 \times 10^{11} \text{ m}^5;$$

$$\int_0^l u_1 \xi_2 dx = -1.019,3296 \times 10^{11} \text{ m}^5;$$

$$\int_0^l u_2 \xi_1 dx = -1.019,3328 \times 10^{11} \text{ m}^5.$$

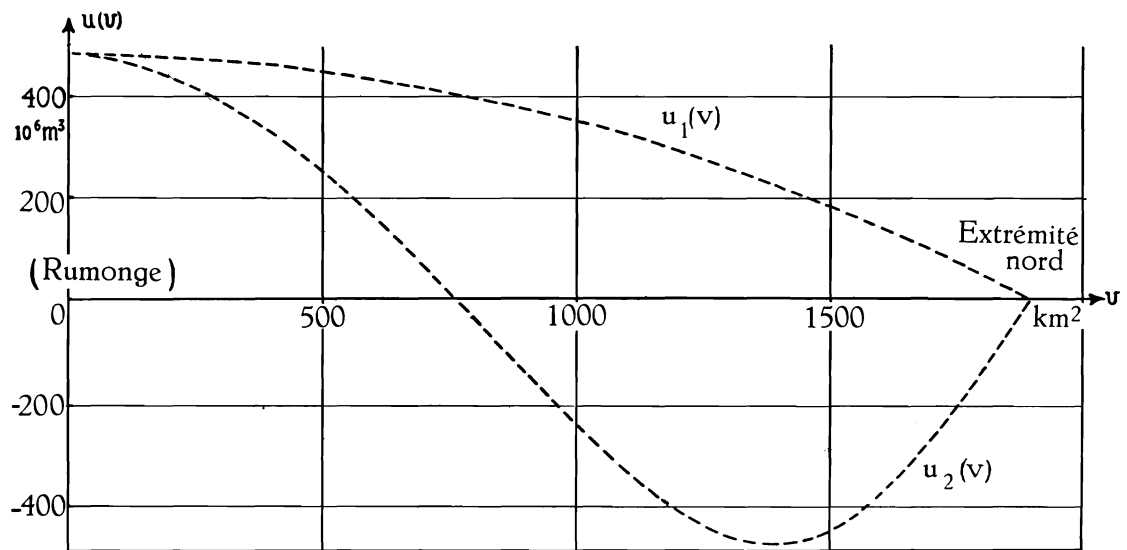


FIG. 24. — Lac Tanganika. Bassin extrême-nord (Usumbura-Rumonge).
Seiches longitudinales partielles. Fonctions propres des 1^{er} et 2^e modes normaux (méthode de GOLDBERG).

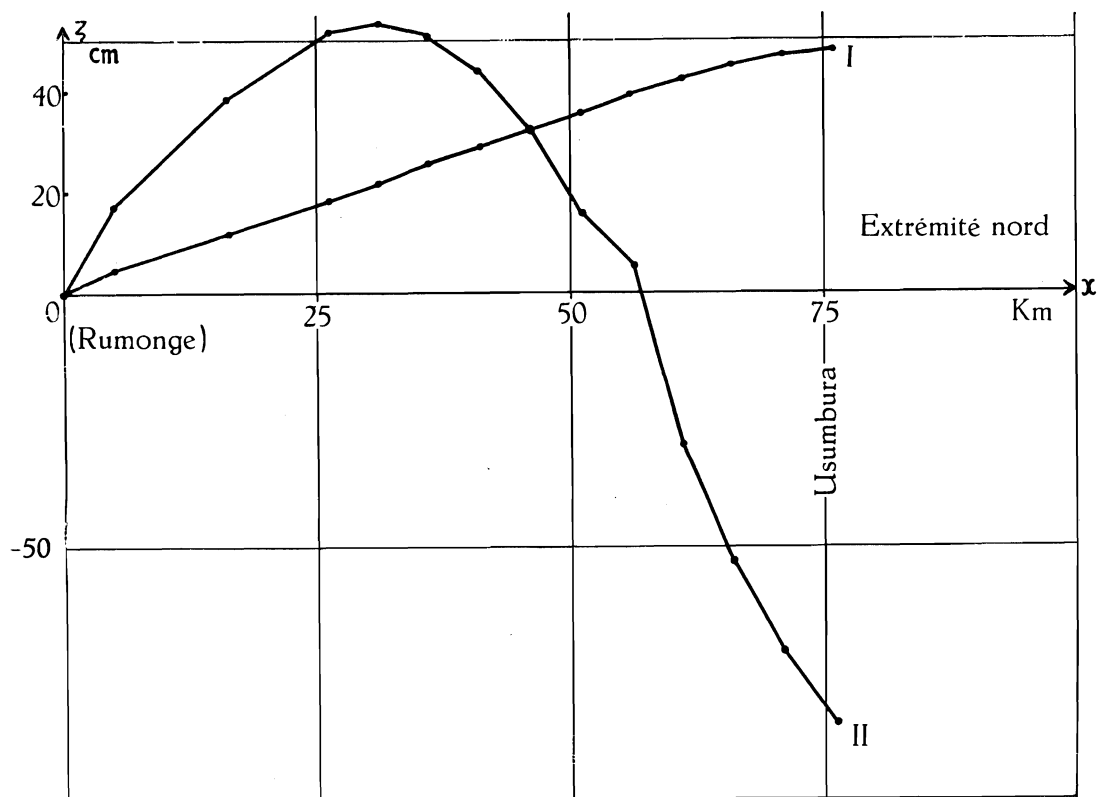


FIG. 25. — Lac Tanganika. Bassin extrême-nord (Usumbura-Rumonge).
Profil des seiches longitudinales partielles (modes I et II) (méthode de GOLDBERG).

La norme, égale au produit des racines carrées des deux premières intégrales, vaut $17.956,32 \times 10^{11} \text{ m}^5$; le quotient des deux dernières intégrales par cette quantité est $-0,057$, résultat fort satisfaisant compte tenu du nombre peu élevé de divisions utilisé.

Les graphiques (fig. 24-25) représentent les fonctions $u_1(v)$ et $u_2(v)$, ainsi que la distribution des amplitudes (profil) des seiches correspondantes. Malgré la différence des échelles employées, on pourra se rendre compte de la bonne concordance entre les fonctions $u(v)$ et $\zeta(x)$ obtenues pour le fondamental de ce bassin extrême-nord et ces mêmes fonctions obtenues au chapitre précédent pour le troisième mode global.

B. — Baie de Burton.

1. Voici d'abord une table des mesures bathymétriques et géographiques utilisées dans les calculs qui vont suivre. La baie a été divisée en 21 compartiments numérotés de 1 à 21, du nord au sud.

Section n°	Δx km	x km	$S(x)$ km ²	$b(x)$ km	$\sigma(x)$ 10 ¹⁰ m ³	Δv km ²	$v(x)$ km ²
nord (embouchure)							
0	0	0	3,237	16,6	5,373	0	0
1	1,5	1,5	3,120	15,4	4,805	23,8	23,8
2	1,5	3	2,306	14,8	3,413	23,9	47,7
3	1,5	4,5	2,129	13,8	2,938	21,5	69,2
4	1,5	6	1,846	13,8	2,547	21,3	90,5
5	1,5	7,5	1,659	13,6	2,256	15,9	106,4
6	1,5	9	1,598	12,4	1,981	16,0	122,4
7	1,5	10,5	1,235	12,4	1,531	18,9	141,3
8	1,5	12	1,032	12,0	1,238	18,9	160,2
9	1,5	13,5	0,935	12,2	1,141	16,8	177,0
10	1,5	15	0,811	11,2	0,908	16,9	193,9
11	1,4	16,4	0,635	10,2	0,648	16,1	210,0
12	1,5	17,9	0,495	9,6	0,475	16,2	226,2
13	1,6	19,5	0,404	8,6	0,347	12,3	238,5
14	1,5	21	0,345	8,5	0,293	12,3	250,8
15	1,5	22,5	0,367	8,8	0,323	12,8	263,6
16	1,5	24	0,357	9,6	0,343	12,8	276,4
17	1,5	25,5	0,413	9,8	0,405	15,3	291,7
18	1,5	27	0,467	11,4	0,352	15,3	307,0
19	1,5	28,5	0,405	12,2	0,494	16,3	323,3
20	1,5	30	0,212	13,2	0,280	16,4	339,7
21 (extrémité fermée)	2,7	32,7	0	0	0	32,7	372,4
sud							

Etant donné que la baie à étudier est large et relativement profonde à l'embouchure (sa profondeur décroît rapidement à mesure qu'on avance vers

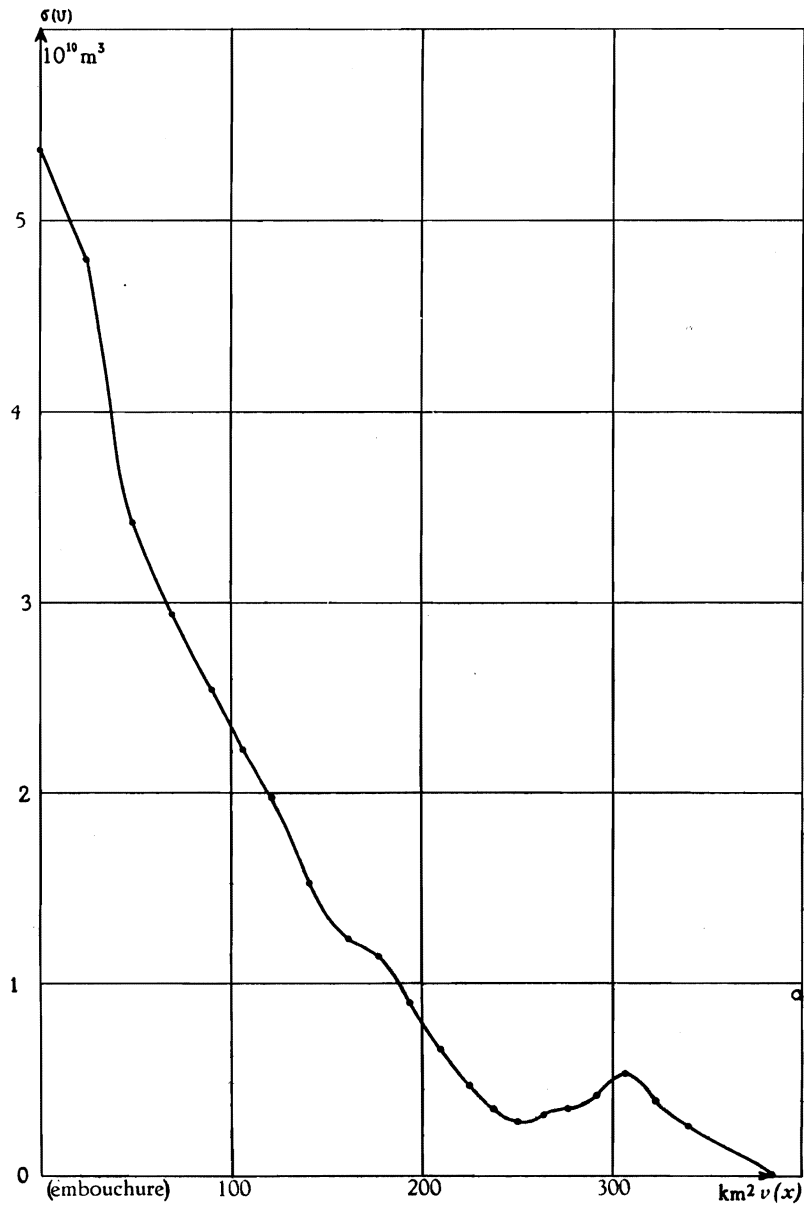


FIG. 26. — Baie de Burton (lac Tanganika). — Courbe normale.

son extrémité fermée — cf. planche II), on peut se contenter sans doute de prendre $\zeta=0$ à son embouchure; la correction d'embouchure (cf. pp. 83-85) paraît superflue; néanmoins, dans un paragraphe suivant, on appliquera, à titre de vérification, la méthode de K. HONDA à la recherche des seiches de la baie.

2. Mode fondamental — Valeur d'essai : $\lambda_1 = 2,170 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$.

Section n° n°	u 10^6 m^3	ξ 10^2 cm	$\Delta\zeta$ cm	ζ cm	$-\Delta u$ 10^6 m^3
0	323,700	100,000	3,255	3,255	0,387
1	323,313	103,626	3,373	6,628	1,181
2	322,132	139,693	4,547	11,175	1,914
3	320,218	150,408	4,896	16,071	2,902
4	317,316	171,894	5,595	21,666	3,000
5	314,316	189,461	6,167	27,833	3,960
6	310,356	194,215	6,322	34,155	5,858
7	304,498	246,557	8,025	42,180	7,214
8	297,284	288,066	9,377	51,557	7,874
9	289,410	309,529	10,075	61,632	9,564
10	279,846	345,063	11,232	72,864	10,827
11	269,019	423,652	12,871	85,735	12,847
12	256,172	517,519	16,845	102,580	11,581
13	244,591	605,423	21,020	123,600	13,910
14	230,681	668,641	21,764	145,364	17,214
15	213,467	581,653	18,940	164,304	19,819
16	193,648	542,431	17,656	181,960	26,489
17	167,159	404,743	13,174	195,134	28,848
18	138,311	296,169	9,640	204,774	32,592
19	105,719	261,035	8,497	213,271	34,280
20	71,439	336,976	10,969	224,240	71,533
21	-0,094	—	—	—	—

Un essai précédent, effectué avec $\lambda_1 = 2,176 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$, avait laissé un « résidu » $u_{21} = -0,720 \times 10^6 \text{ m}^3$. Par extrapolation linéaire, on trouve ainsi la valeur « améliorée » $\lambda_1 = 2,169 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$, d'où $T_1 = 4.314 \text{ sec.} = 1 \text{ h. } 11 \text{ min. } 54 \text{ sec.}$

3. Second mode. — Valeur d'essai : $\lambda_2 = 15,045 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$.

Section n°	u 10^6 m^3	ξ 10^2 cm	$\Delta\zeta$ cm	ζ cm	$-\Delta u$ 10^6 m^3
0	323,700	100,000	22,567	22,567	2,685
1	321,015	102,889	23,219	45,786	8,168
2	312,847	135,666	30,616	76,402	13,135
3	299,712	140,776	31,770	108,172	19,657
4	280,055	151,709	34,237	142,409	19,921
5	260,134	156,802	35,386	177,795	25,616
6	234,518	146,757	33,119	210,914	36,733
7	197,785	160,150	36,142	247,056	43,278
8	154,507	149,716	33,787	280,843	44,344
9	110,163	117,821	26,589	307,432	49,709

Section n°	u 10^6 m^3	ξ 10^2 cm	$\Delta\zeta$ cm	ζ cm	$-\Delta u$ 10^6 m^3
10	60,454	74,542	16,822	324,254	50,851
11	9,603	15,123	3,185	327,439	52,787
	Ventre				
12	-43,184	-87,240	-19,688	307,751	39,064
13	-82,248	-203,584	-49,007	258,744	34,839
14	-117,087	-339,383	-76,590	182,154	28,217
15	-145,304	-395,924	-89,350	92,804	17,597
	Nœud				
16	-162,901	-456,305	-102,976	-10,001	6,348
17	-169,249	-409,804	-92,483	-102,484	-8,605
18	-160,644	-343,991	-77,630	-180,114	-23,032
19	-137,612	-339,783	-76,681	-256,795	-35,827
20	-101,785	-480,118	-108,351	-365,146	-101,687
21	-0,098	—	—	—	—

Un essai précédent, effectué avec $\lambda_2 = 15,036 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$, avait laissé un « résidu » u_{21} égal à $-0,39 \times 10^6 \text{ m}^3$. On en tire, par extrapolation linéaire, la valeur « améliorée » : $\lambda_2 = 15,048 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$, d'où $T_2 = 1.638 \text{ sec.} = 27 \text{ min.} 18 \text{ sec.}$

4. Vérifions immédiatement l'orthogonalité des fonctions propres $u_1(v)$ et $u_2(v)$.

Comme tous les Δx sont égaux (en prenant égaux à 1,5 km les Δx des 11^e et 13^e sections), sauf le dernier (=2,7 km), l'application de la règle de SIMPSON devient possible, et l'on trouve (en traitant le dernier compartiment à part, comme un triangle) :

$$\int_0^l u_1 \xi_1 dx = 2.356,817 \times 10^{12} \text{ m}^5;$$

$$\int_0^l u_2 \xi_2 dx = 1.034,507 \times 10^{12} \text{ m}^5;$$

$$\int_0^l u_1 \xi_2 dx = \int_0^l u_2 \xi_1 dx = -16,730 \times 10^{12} \text{ m}^5.$$

La norme est égale à $1.561,455 \times 10^{12} \text{ m}^5$, et le quotient des deux dernières intégrales par cette quantité est de $-0,01071$ (nombre pur), résultat qui indique une orthogonalité fort satisfaisante.

5. Les graphiques qui suivent représentent les fonctions $u_1(v)$ et $u_2(v)$, ainsi que la distribution des amplitudes (« profils ») des seiches correspondantes.

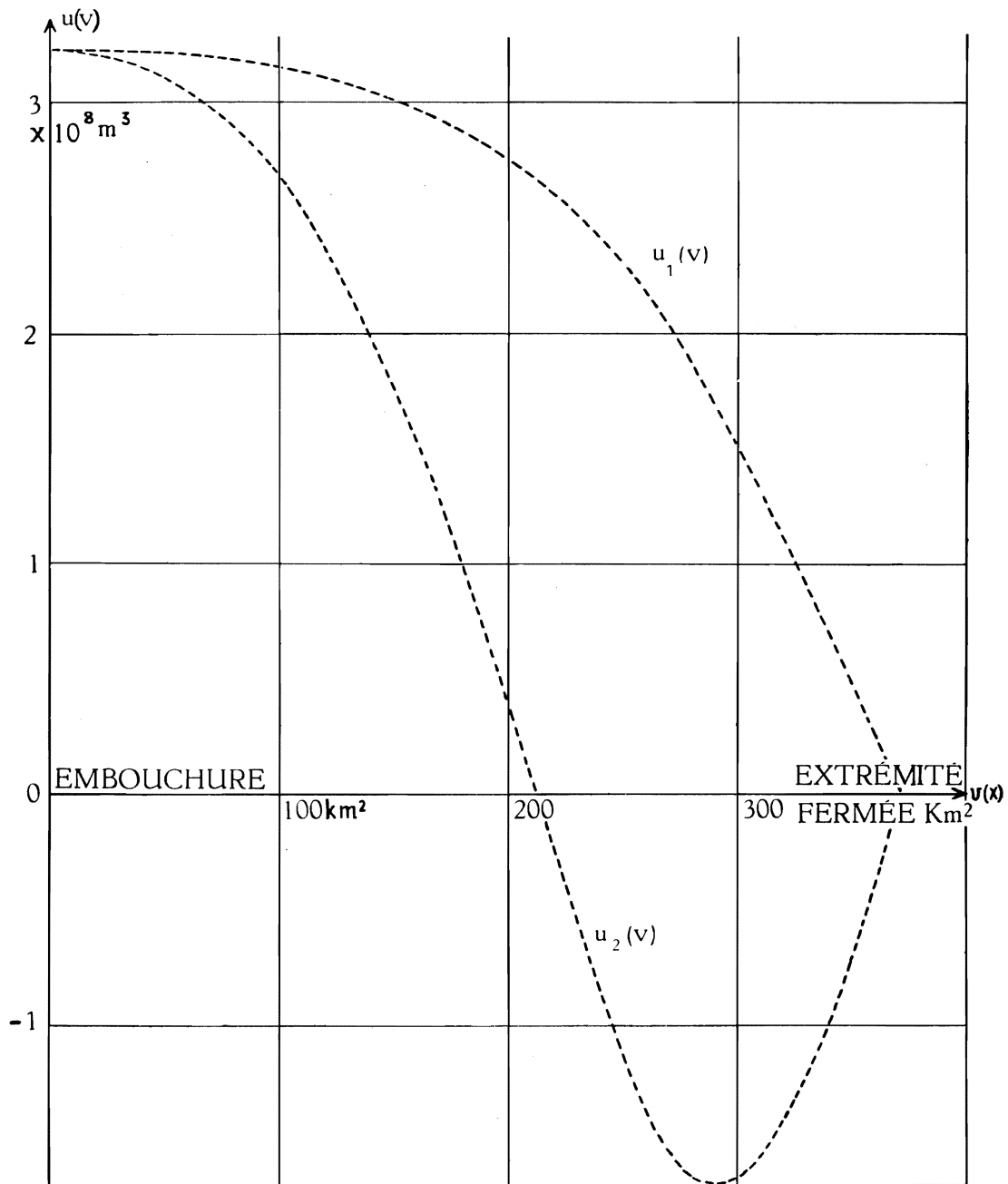


FIG. 27. — Baie de Burton (lac Tanganika).

Fonctions propres des 1^{er} et 2^e modes normaux longitudinaux (méthode de GOLDBERG).

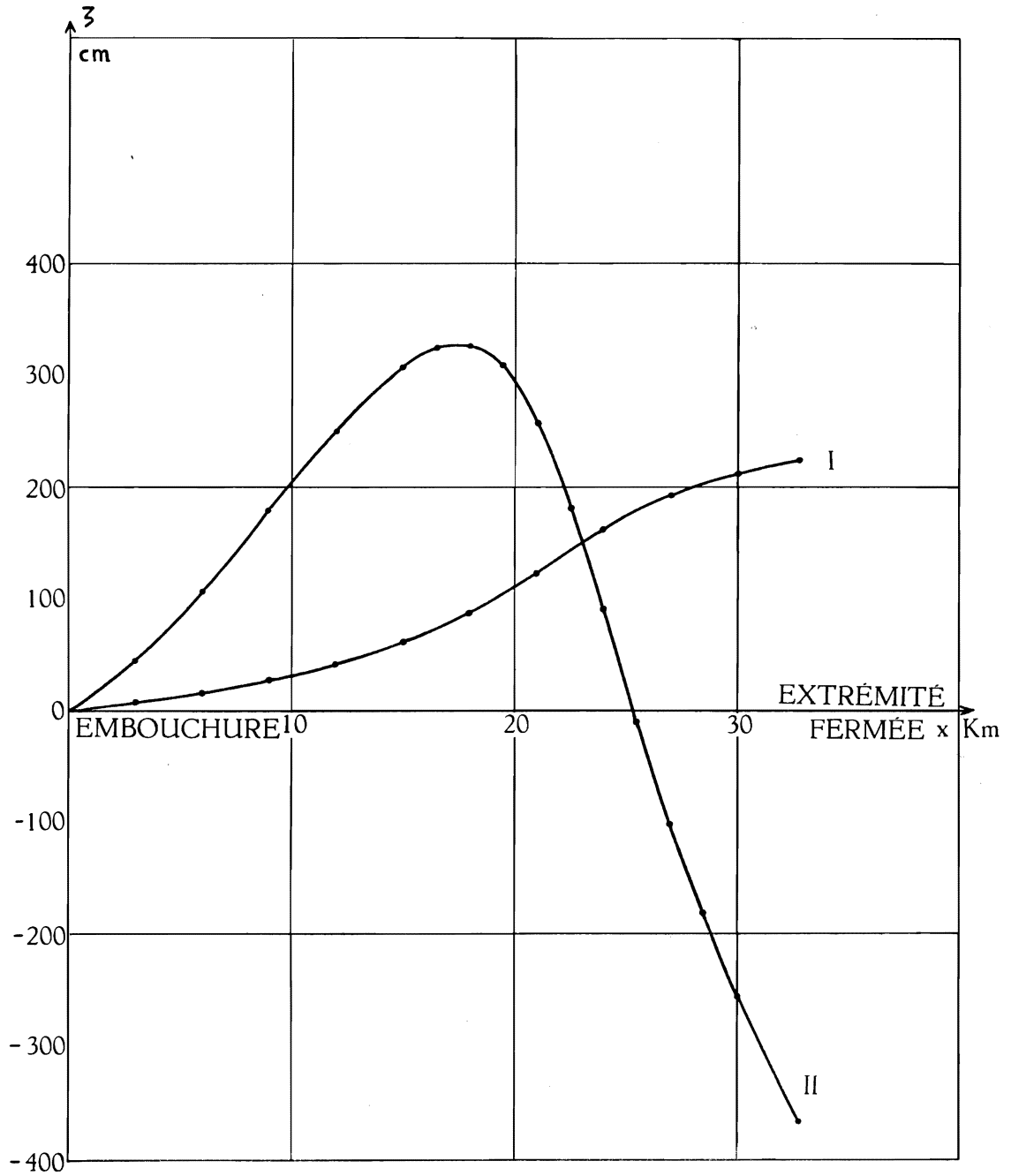


FIG. 28. — Baie de Burton. Profil des seiches longitudinales (méthode de GOLDBERG).

On voit que les dénivellations ζ sont surtout importantes près de l'extrémité fermée de la baie, comme on pouvait du reste s'y attendre à la simple inspection de la courbe normale.

Pour le second mode, le second nœud est situé au voisinage du km 25, soit à près des quatre cinquièmes de la longueur totale (32,7 km) de la baie depuis son embouchure. Ceci semble bien justifier l'approximation adoptée quant à la position du premier nœud, à l'embouchure même et non en-deçà.

L'écart considérable entre la période du fondamental et du second mode semble indiquer que les modes supérieurs seront probablement trop rapides pour être « stables » (cf. p. 13), et pour ce motif il est sans doute sans grand intérêt de les calculer.

C. — Bassin nord (y compris le « golfe » d'Uvira-Rumonge, mais sans la baie de Burton). — Ainsi qu'il a été dit plus haut (p. 146), le bassin nord, qui occupe près de la moitié du lac, peut être considéré comme débouchant, à travers l'étranglement Lubaya-Lubugwe, sur un océan infini. On prendra donc $\zeta = 0$ à l'embouchure.

Afin d'abréger, on ne donnera plus ici le détail des résultats numériques. Les graphiques suffiront à donner une idée des phénomènes.

1. Mode fondamental. — Un essai effectué avec $\lambda_1 = 1,687 \times 10^{-10}$ cm⁻¹, laisse un « résidu » $u_0 = 0,1589 \times 10^7$ m³.

Avec $\lambda_1 = 1,683 \times 10^{-10}$ cm⁻¹, ce résidu est $u_0 = 0,4678 \times 10^7$ m³. En extrapolant linéairement, on obtient ainsi la valeur « améliorée » $\lambda_1 = 1,689 \times 10^{-10}$ cm⁻¹, d'où $T_1 = 15.459$ sec. = 4 h. 17 min. 39 sec.

2. Second mode. — Un essai effectué avec $\lambda_2 = 7,50 \times 10^{-10}$ cm⁻¹, laisse un « résidu » $u_0 = -0,2251 \times 10^7$ m³.

L'essai précédent ($\lambda_2 = 8,5 \times 10^{-10}$ cm⁻¹) ayant laissé $u_0 = 37,6266 \times 10^7$ m³ comme « résidu », l'interpolation linéaire n'est guère praticable.

On prendra donc comme période celle correspondant à $\lambda_2 = 7,50 \times 10^{-10}$ cm⁻¹, à savoir $T_2 = 7.336$ sec. = 2 h. 2 min. 16 sec.

Comparons la période du fondamental du bassin nord à celle du fondamental global : elles valent respectivement 15.459 sec. = 4 h. 17 min. 39 sec. et 15.346 sec. = 4 h. 15 min. 46 sec.; l'écart est inférieur à deux minutes, soit environ 0,74 %, et est dû au léger déplacement, de 2,7 km vers le nord, imposé au nœud. Quant à la période du second mode, elle diffère notablement (plus de 14 % par excès) de celle du troisième mode global.

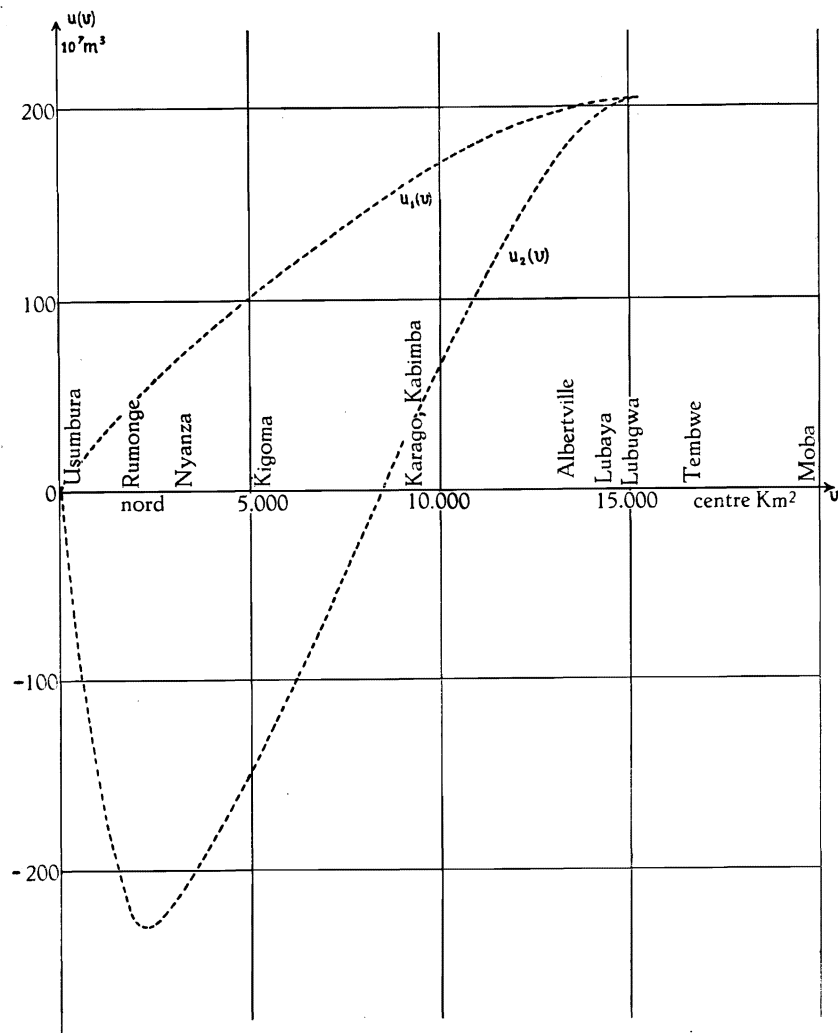


FIG. 29. — Lac Tanganika. Moitié nord.
Fonctions propres des 1^{er} et 2^e modes normaux longitudinaux partiels
(méthode de GOLDBERG).

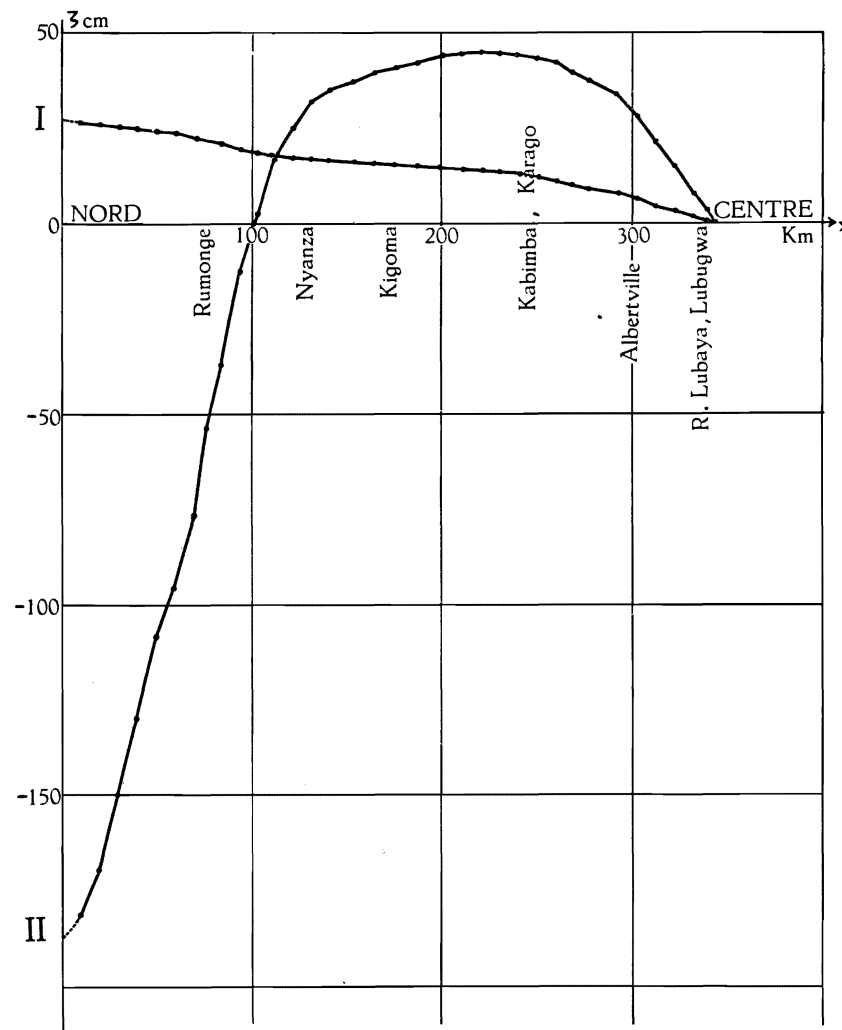


FIG. 30. — Lac Tanganika. Moitié nord.
Profil des seiches longitudinales partielles (modes I et II)
(méthode de GOLDBERG).

3. Vérifions l'orthogonalité des fonctions $u_1(v)$ et $u_2(v)$.

On trouve par la règle des rectangles (le nombre de sections étant suffisamment élevé) :

$$\begin{aligned}\int_0^l u_1 \xi_1 dx &= 20.079,2529 \times 10^{12} \text{ m}^5; \\ \int_0^l u_2 \xi_2 dx &= 63.982,0681 \times 10^{12} \text{ m}^5; \\ \int_0^l u_1 \xi_2 dx &= -964,6685 \times 10^{12} \text{ m}^5; \\ \int_0^l u_2 \xi_1 dx &= -964,6685 \times 10^{12} \text{ m}^5.\end{aligned}$$

En divisant les deux dernières intégrales par la norme, égale à $35.842,8762 \times 10^{12} \text{ m}^5$, on obtient un quotient de $-0,0269$, résultat qui indique une orthogonalité satisfaisante.

Les figures 29 et 30 représentent les fonctions $u_1(v)$ et $u_2(v)$, ainsi que la distribution des amplitudes (profil) des seiches correspondantes. La concordance entre les fonctions $u_1(v)$ et $\zeta(x)$ du bassin nord et ces mêmes fonctions pour le fondamental global est entièrement satisfaisante. Quant à la binodale du bassin nord, elle affecte, tout comme la trinodale globale, surtout l'extrémité nord du lac, relativement peu profonde.

D. Bassin sud. — Tout comme pour le bassin nord, considérons que le bassin sud débouche à travers l'étranglement Lubaya-Lubugwe, sur une masse d'eau infinie. On aura donc $\zeta=0$ à l'embouchure.

Voici les résultats des calculs.

1. Mode fondamental. — Un essai effectué avec $\lambda_1 = 1,638 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$, laisse un « résidu » de $u_0 = 0,0914 \times 10^7 \text{ m}^3$.

Un essai précédent effectué avec $\lambda_1 = 1,68 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$, ayant laissé un « résidu » beaucoup plus grand ($u_{89} = -3,8105 \times 10^7 \text{ m}^3$), l'interpolation linéaire n'est guère praticable. On adoptera donc comme valeur « exacte » $\lambda_1 = 1,638 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$, d'où $T_1 = 15.698 \text{ sec.} = 4 \text{ h. } 21 \text{ min. } 38 \text{ sec.}$

2. Second mode. — « Résidu » avec $\lambda_2 = 12,868 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$: $u_0 = -0,0816 \times 10^7 \text{ m}^3$.

Un essai précédent avec $\lambda_2 = 12,90 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$ avait laissé un « résidu » $u_{89} = 0,9265 \times 10^7 \text{ m}^3$; en interpolant linéairement, on obtient la valeur « améliorée » $\lambda_2 = 12,8706 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$, d'où $T_2 = 5.600,3 \text{ sec.}$ ou $1 \text{ h. } 33 \text{ min. } 20 \text{ sec.}$

Comparons la période du fondamental du bassin sud à celle du fondamental global; elles valent respectivement $15.698 \text{ sec.} = 4 \text{ h. } 21 \text{ min. } 38 \text{ sec.}$ et 15.346 sec.

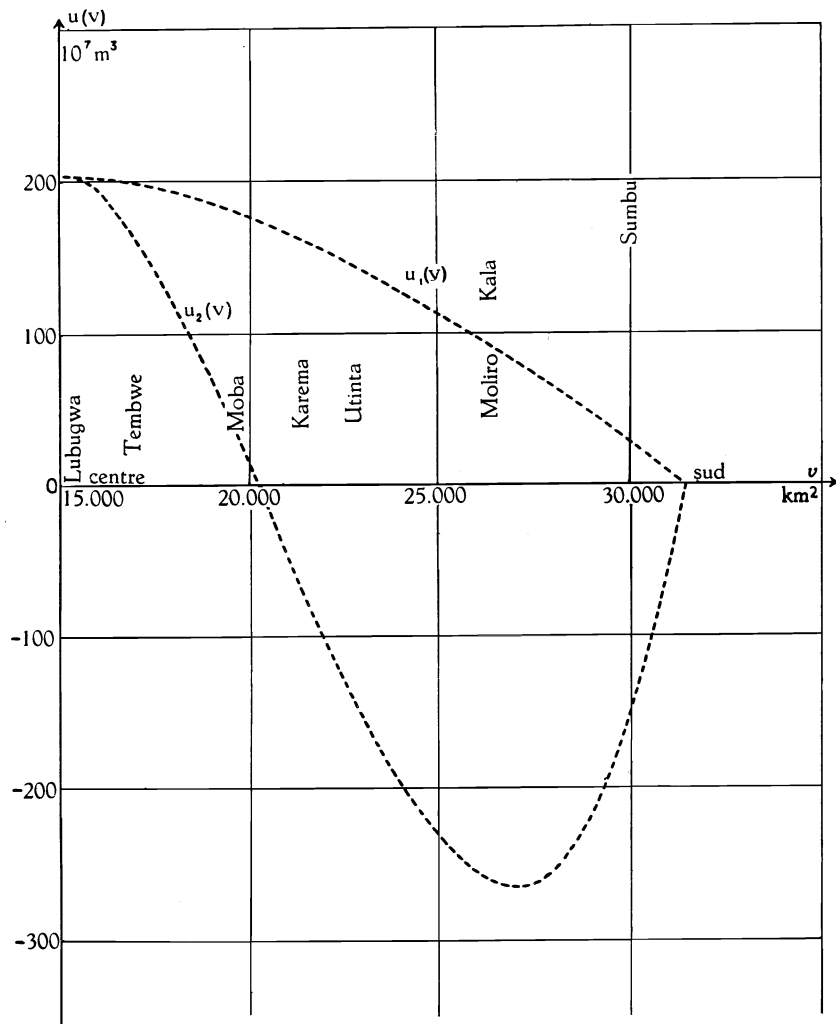


FIG. 31. — Lac Tanganika. Moitié sud.
Fonctions propres des 1^{er} et 2^e modes normaux longitudinaux partiels
(méthode de GOLDBERG).

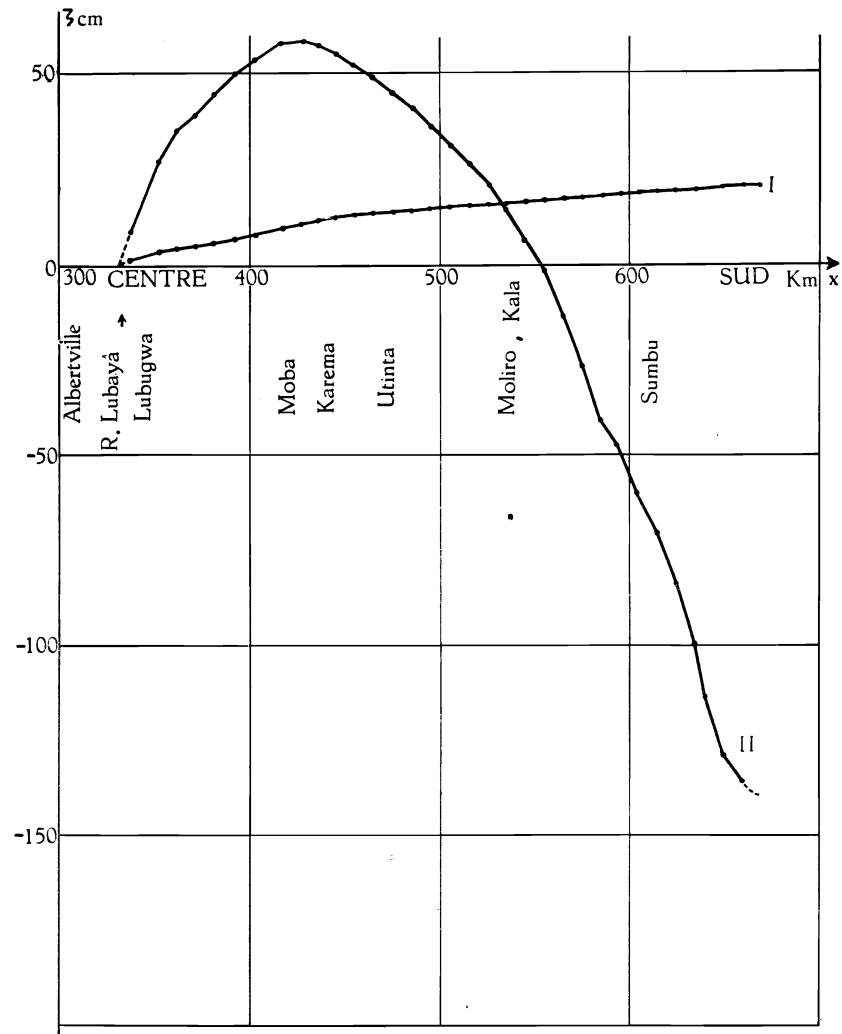


FIG. 32. — Lac Tanganika. Moitié sud.
Profil des seiches longitudinales partielles (modes I et II)
(méthode de GOLDBERG).

= 4 h. 15 min. 46 sec.; l'écart est voisin de 6 minutes, soit environ 2,3 %. Quant à la période du second mode, elle diffère de près de 13 % par défaut de celle de la seiche trinodale globale.

3. Vérifions l'orthogonalité des fonctions $u_1(v)$ et $u_2(v)$.

On trouve par la règle des rectangles (le nombre de divisions étant suffisamment élevé) :

$$\begin{aligned}\int_0^l u_1 \xi_1 dx &= 18.606,8943 \times 10^{12} \text{ m}^5; \\ \int_0^l u_2 \xi_2 dx &= 35.326,8101 \times 10^{12} \text{ m}^5; \\ \int_0^l u_1 \xi_2 dx &= - 610,2218 \times 10^{12} \text{ m}^5; \\ \int_0^l u_2 \xi_1 dx &= - 610,2218 \times 10^{12} \text{ m}^5.\end{aligned}$$

En divisant les deux dernières intégrales par la norme, égale à 25.638,3001 $\times 10^{12}$ m⁵, on obtient un quotient de -0,0238, résultat qui indique une orthogonalité satisfaisante.

Les figures 31 et 32 représentent les fonctions propres $u_1(v)$ et $u_2(v)$, ainsi que la distribution des amplitudes (profils) des seiches correspondantes. La concordance entre les fonctions $u_1(v)$ et $\zeta(x)$ du bassin sud et ces mêmes fonctions pour le fondamental global est entièrement satisfaisante. Quant à la binodale du bassin sud, elle affecte surtout l'extrémité sud du lac, beaucoup moins profonde que la région centrale.

§ 3. APPLICATION DE LA MÉTHODE DE K. HONDA AUX SEICHES DE LA BAIE DE BURTON.

La baie de Burton ayant une forme sensiblement rectangulaire et une profondeur assez peu variable, il est intéressant d'en calculer les périodes d'oscillation à l'aide de la méthode de correction de K. HONDA et de confronter les résultats ainsi obtenus avec ceux trouvés par la méthode de J. GOLDBERG, d'autant plus que cette baie est la seule portion du Tanganika qui soit assez régulière quant à sa forme et à sa section droite pour qu'on puisse lui appliquer le procédé en question.

Assimilons d'abord la baie de Burton à un canal de longueur l , ouvert à une extrémité, de profondeur h_0 et de largeur b_0 uniformes. On trouve ainsi, par la formule de MERIAN : $T_k = \frac{4l}{k\sqrt{gh_0}}$, en prenant $l = 32,7$ km, $h_0 = 80$ m :

$$T_1 = 4.676 \text{ sec.} = 1 \text{ h. } 17 \text{ min. } 58 \text{ sec.}$$

$$T_2 = 2.338 \text{ sec.} = 38 \text{ min. } 58 \text{ sec.}$$

a) Calcul du facteur de correction d'embouchure.

Ce facteur est égal à :

$$\left(1 + \frac{4P b_0}{l}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad \text{avec} \quad P = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{3}{2} - 0,5772 - \text{Log} \frac{\pi b_0}{4l}\right).$$

Comme $b_0 = 11,4$ km, on trouve que le facteur cherché vaut 1,222.

b) Calcul du facteur de correction pour l'irrégularité de la section droite. Ce facteur, qui est fonction du nombre k de nœuds de la seiche (y compris le nœud à l'embouchure) s'écrit (cf. formule II.14, p. 87) :

$$1 + \frac{1}{2} \int_0^l \left[\frac{\Delta S(x)}{l S_0} + \frac{\Delta b(x)}{l b_0} \right] \cos \frac{2k\pi x}{l} dx.$$

En employant des intervalles constants ($\Delta x = 3$ km), on peut dresser, pour $k = 1$ la table suivante (même numérotation que page 155); on a pris $b_0 = 11,4$ km et $S_0 = 0,912$ km².

Section n°	Δx km	x km	$\cos \frac{2\pi x}{l}$	$\Delta b(x)$ km	$\Delta S(x)$ km ²
0	—	—	1,000	5,2	2,325
2	3	3	0,839	3,4	1,394
4	3	6	0,407	2,4	0,934
6	3	9	-0,156	1,0	0,686
8	3	12	-0,670	0,6	0,124
10	3	15	-0,966	-0,2	-0,101
12	3	18	-0,956	-1,8	-0,417
14	3	21	-0,626	-2,9	-0,562
16	3	24	-0,101	-1,8	-0,555
18	3	27	0,458	0	-0,445
20	3	30	0,868	1,8	-0,689
21	2,7	32,7	—	—	—

En calculant par la règle de SIMPSON les intégrales

$$\int_0^l \Delta b(x) \cos \frac{2\pi x}{l} dx \quad \text{et} \quad \int_0^l \Delta S(x) \cos \frac{2\pi x}{l} dx,$$

on trouve respectivement : $30,539 \times 10^6$ m² et $9,075 \times 10^6$ m³.

Comme $2lb_0 = 745,56 \times 10^6$ m² et $2lS_0 = 59,644,8 \times 10^6$ m³, le facteur de correction cherché peut s'écrire :

$$1 + \frac{30,539}{745,56} + \frac{9,075}{59,644,8} = 1 + 0,04096 + 0,15215 \simeq 1,1931.$$

c) La comparaison avec le résultat obtenu par la méthode de GOLDBERG se fera en ne faisant usage que du facteur de correction pour la forme irrégulière : on obtient ainsi : $T_1 = 4.676 \text{ sec} \times 1,1931 = 5.578 \text{ sec} = 1 \text{ h } 32 \text{ min } 58 \text{ sec}$. Le résultat fourni par la méthode de GOLDBERG était $T_1 = 4.314 \text{ sec} = 1 \text{ h } 11 \text{ min } 54 \text{ sec}$. L'écart est donc de 29,3 % environ.

Cet écart, à première vue énorme, semble être de règle, en quelque sorte : P. CALOI et ses élèves, dans leurs études sur les lacs italiens (cf. pp. 88-89) rencontrent régulièrement des écarts de 30 à 50 % entre les résultats obtenus par ces deux méthodes.

Quant à la correction d'embouchure, si l'on veut en faire usage, il faudra également l'appliquer aux résultats obtenus par la méthode de GOLDBERG; on trouve ainsi pour ces derniers :

$$\begin{aligned} T_1 &= 5.272 \text{ sec} = 1 \text{ h. } 27 \text{ min. } 52 \text{ sec,} \\ T_2 &= 2.002 \text{ sec} = 33 \text{ min. } 22 \text{ sec;} \end{aligned}$$

alors que la méthode de HONDA donne :

$$T_1 = 6.290 \text{ sec} = 1 \text{ h. } 44 \text{ min. } 50 \text{ sec.}$$